



Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen

- naar criteria voor differentiatie en/of planning -

W. Danhof, P. Bandstra, B. Milo, E. Mushati-Hamadani, A. Minnaert & W. Ruijsseenaars

OBD CEDIN Drachten / Inspectie Zwolle / Rijks Universiteit Groningen

De nieuwe leerlijnen die in reken-wiskundemethoden van het primair onderwijs tot uitdrukking komen, roepen vragen op met betrekking tot differentiatie en planning. Welke doelen zijn haalbaar en functioneel voor de kinderen die uitstromen naar het praktijkonderwijs en vmbo/lwoo? Op basis van welke inhoudelijke criteria kunnen keuzen met betrekking tot strategieën worden verantwoord voor het leren hoofdrekenen en het schriftelijk rekenen? Medewerkers van de taakgroep sbo/so van de onderwijsbegeleidingsdienst CEDIN hebben in overleg met speciale scholen voor basisonderwijs in de provincie Friesland een drempelmodel ontwikkeld om de leerbaarheidscriteria voor het leren hoofdrekenen (rijgen) in beeld te krijgen. Leerbaarheid heeft in dit verband betrekking op de geautomatiseerde kennis en vaardigheden die nodig zijn voor het leren hoofdrekenen. Het uiteindelijke doel is een beleidskader te ontwikkelen om de noodzakelijke differentiatie en planning in het speciaal basisonderwijs (sbo) en reguliere basisonderwijs (bao) te kunnen verantwoorden.

Om het drempelmodel empirisch te funderen wordt, met medewerking van de Rijksuniversiteit Groningen, een onderzoek uitgevoerd in het sbo en bao.

Het onderzoek is twee jaar geleden van start gegaan en zal in de loop van 2008 worden afgerond.

1 Introductie

De TAL-leerlijnen die zijn beschreven in de publicaties 'Jonge kinderen leren rekenen' (1999) en 'Kinderen leren rekenen' (2001) hebben grote veranderingen teweeggebracht in de nieuwe reken-wiskundemethoden voor het leren hoofdrekenen en schriftelijk rekenen. De nieuwe leerlijn heeft als belangrijkste kenmerk een accent op het hoofdrekenen tot en met groep 5/6 (sommen tot 100 en 1000) en aandacht voor het schriftelijk rekenen vanaf groep 6 (eerst kolomsgewijs en vervolgens cijferend). Voorheen werd met het cijferen begonnen in groep 5 en ontbrak het kolomsgewijs rekenen. Bij het hoofdrekenen tot 100 in groep 4 en 5 worden meerdere strategieën zoals splitsen, rijgen en handig rekenen met de kinderen besproken. De methodiek gaat uit van vrijheid van strategiekeuze en nodigt kinderen uit tot een eigen inbreng bij de oplossingswijzen. Inzet van de nieuwe leerlijn is te leren rekenen op basis van begripsvorming en inzicht.

2 Aanleidingen tot het project

Nieuwe leerlijn in reken-wiskundemethoden

Tot en met groep 5 dient alle rekenen hoofdrekenen te zijn. De kinderen moeten eerst behoorlijk vaardig zijn in het hoofdrekenen en handig rekenen. Zo wordt voorkomen dat de kinderen alles cijferend gaan uitrekenen. De deskundigen kiezen - wat vanzelfsprekend lijkt - voor

het didactisch hoogst haalbare. De vraag is echter hoe deze keuze in de praktijk uitpakt. Hoe groot is de groep kinderen die aan het eind van groep 5 behoorlijk vaardig is? Hoe groot is de groep die een langere tijd oefening en de steun van een kladje nodig heeft? Hoe groot is de groep die het hoofdrekenen niet onder de knie krijgt? Waar ontstaan de problemen met het verwerven van de benodigde geautomatiseerde kennis en vaardigheden in de groepen 3, 4 en 5? Hoeveel tijd hebben de kinderen nodig voor het verwerven van deze vaardigheden? Wanneer moeten welke keuzen worden gemaakt met betrekking tot interventies en compensatie, zoals het gebruik van zakrekenmachine? Sinds de publicatie 'Over de drempels met rekenen' (2008) van de 'Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen' zijn bovenstaande vragen ook landelijk actueel geworden. De Expertgroep stelt dat voor leerlingen die uitstromen naar vmbo/lwoo een basaal fundamenteel niveau vereist is. Dit niveau komt globaal overeen met het huidige niveau van groep 7. De schatting is dat op dit moment ongeveer 20 procent van de kinderen dit niveau niet haalt. Volgens de Expertgroep moet ernaar gestreefd worden de helft van deze groep op te krikken tot het basale niveau. Over de resterende 10 procent stelt de Expertgroep:

Deze leerlingen leren vanaf groep 6 te weinig, omdat zij de basale begrippen en vaardigheden uit de voorgaande jaren nog niet beheersen, terwijl het onderwijsaanbod daar wel op voortbouwt. Wij bevelen aan om voor deze leerlingen in het basisonderwijs een afzonderlijk leertraject te ontwikkelen. (pag.50)

We mogen er van uitgaan dat veruit de meeste sbo-leer-

lingen deel uitmaken van de genoemde 10 procent. We herkennen het door de Expertgroep genoemde cumulatieve karakter van de rekenachterstanden. Welke kennis en vaardigheden vormen de basis voor het leren hoofdrekenen? We willen deze vraag verkennen op basis van onderzoek naar en praktijkervaringen met evaluatie en planning van het rekenonderwijs in het sbo.

Praktijkervaringen met rekenplanning in het sbo

In de leerlijn van het hoofdrekenen tot 100 zit een aantal cruciale leermomenten die de mogelijkheden van een voortgaande leerontwikkeling in hoge mate bepaalt. We denken hierbij vooral aan kwesties als 'het getalbegrip tot 100' en 'het automatiseren van de sommen tot tien en over het eerste tiental tot twintig'.

Het getalbegrip tot 100 omvat het kunnen tellen, het werken met de getallenlijn en inzicht in getalstructuur. Inzicht in het getalbegrip is een noodzakelijke basis voor de rekenoperaties. Voor de zwakste rekenaars in het sbo kunnen deze doelen een breukpunt vormen.

Boswinkel en Moerlands (2001) constateren bij hun verkenning van de rekenpraktijk in het speciaal basisonderwijs (sbo) dat er in elke sbo-groep tenminste twee kinderen zijn die zeer zwak presteren.

Dit zijn kinderen die zich op het grensgebied met de scholen voor zeer moeilijk lerende kinderen bevinden. Deze kinderen hebben problemen met de bestaande materialen voor het bas. Voor hen moet er naar andere wegen worden gezocht.

Het is onze ervaring dat getalbegrip tot 100 voor veel kinderen met beperkte cognitieve capaciteiten een breukpunt in de leerontwikkeling is. Het kiezen van doelen gericht op redzaamheid ligt vervolgens voor de hand.

Voor het kunnen leren hoofdrekenen en schriftelijk rekenen is geautomatiseerde basiskennis - automatisering van de sommen tot tien en twintig - een vereiste. Keijzer c.s. (2001) stellen vast dat de automatiseringsdoelstelling bij de sommen tot 20 voor een aantal kinderen nooit haalbaar zal zijn.

Doordat op dit moment het streven ligt bij volledige automatisering van de rekenfeiten tot 20, wordt er teveel tijd besteed aan het inoefenen van de feitenkennis, die de kinderen niet kunnen toepassen.

We vinden deze conclusie iets te ongenueanceerd. Ervaringen met rekenplanning geven aan dat als kinderen het getalbegrip tot 100 kunnen leren, het ook mogelijk is ze betrekkelijk vlot en goed te leren rekenen, tenzij er sprake is van een specifieke leerstoornis (dyscalculie), die juist gekenmerkt wordt door problemen met automatisering. Wel zal dan de vraag hoe kinderen leren automatiseren, gesteld moeten worden. Het is onze ervaring dat een minder abstracte benadering van het leren onthouden voor deze kinderen mogelijkheden biedt (Danhof, 1993). Het pleidooi van toen is ook nu nog actueel. We pleitten toen voor (1) een evenwichtige spreiding van het automa-

tiseren over de leerlijn in groep 3, 4 en 5 en (2) het inzetten van een overzichtelijke en passende methodiek. Meerdere methodieken (getalbeelden, splitsingen en handig rekenen) naast en door elkaar inzetten is voor de risicogroep meestal niet effectief. De methodieke keuze voor het leren automatiseren wordt opnieuw actueel. De dominante positie van de getalbeelden van het rekenrek lijkt na vijftien jaar op de weg terug en het leren toe-passen van de splitsingen tot 10 is weer in opkomst.

Voor het leren hoofdrekenen is het noodzakelijk dat de kinderen leren springen over de tien ($8 + 7 = 8 + 2 + 5$). Voor een groep voormalige mlk-leerlingen en kinderen met informatieverwerkingsproblemen blijkt dit een breukpunt te zijn. Als de kinderen deze stap niet onder de knie krijgen, wordt ook de vervolgstap voor het leren rijgen ($38 + 7$) problematisch. In het geval dat de sprong over het tiental wel lukt, zijn er goede kansen voor het rijgend leren hoofdrekenen van moeilijke sommen tot 100 zoals '38 + 27'.

Het 'Remelka'-programma - ooit ontwikkeld voor mlk-scholen - koos bij deze sommen voor het leren cijferen. De ervaring van scholen was dat dit type sommen voor een grote groep mlk-leerlingen te moeilijk was. Zo'n keuze laat echter geen ruimte voor het beproeven van de leerbaarheid van de kinderen voor het leren hoofdrekenen en is als zodanig te beperkt. Als de cruciale basisvaardigheden voor het leren hoofdrekenen echter niet van de grond komen, kan een keuze voor eerder starten met een vorm van schriftelijk rekenen echter wel op zijn plaats zijn.

Strategieën - rijgen en/of splitsen?

In de praktijk blijkt dat veel kinderen een voorkeur ontwikkelen voor het splitsend oplossen van de moeilijke sommen tot 100. Ze ervaren dat deze oplossingwijze minder basiskennis en -vaardigheden vraagt dan het leren rijgen. De deelvaardigheden $38 + 20$ en $58 + 7$ hoeven bij het splitsen niet geautomatiseerd te zijn. Bij de min-sommen ontstaan vervolgens echter veel procedurefouten. Vooral het rekenen met de zogenaamde tekorten is een grote foutenbron. Plus- en minwaarden worden vaak verwisseld.

Onderzoek van Milo en Ruijsenaars (2003a, 2003b) naar hoofdrekenen in het sbo toont aan dat de vrijheid van strategiekeuze en de bespreking van verschillende oplossingsstrategieën voor een aantal leerlingen verwarrend is. Het nastreven van de beheersing van in ieder geval één oplossingsprocedure, is aan te bevelen. Ze komen tot de conclusie dat de directieve rijginstructie tot de beste resultaten leidt. Milo en Ruijsenaars bepleiten dat er bij de instructie rekening moet worden gehouden met de verschillen tussen leerlingen door structuur te bieden aan leerlingen die dit nodig hebben, maar meer inbreng toe te staan bij leerlingen van wie is gebleken dat ze daarvoor voldoende basis hebben.

Milo en Ruijsenaars stellen de differentiatievraag naar haalbare doelen en een passende methodiek centraal. Op

basis van dit onderzoek en onze ervaringen met rekenplanning concluderen we dat er met de gestelde doelen voor hoofdrekenen (fig.1) voor een groep leerlingen teveel op het rekenmenu staat.

Hoofdrekenen: groep 4 / 5 / 6	
rijgen	splitsen (is als kolomsgewijs)
$38 + 46 =$ stap 1: $38 + 40 = 78$ stap 2: $78 + 6 = 84$	$38 + 46 =$ stap 1: $30 + 40 = 70$ stap 2: $8 + 6 = 14$ stap 3: $70 + 14 = 84$
$75 - 48 =$ stap 1: $75 - 40 = 35$ stap 2: $35 - 8 = 27$	$75 - 48 =$ stap 1: $70 - 40 = 30$ stap 2: $5 - 8 = 3$ tekort stap 3: $30 - 3 = 27$
handig rekenen: $36 + 40 = 40 + 36$ $46 + 49 = 50 + 46$	$52 - 49$ - verschil bepalen $76 - 29 = 76 - 30 + 1$

figuur 1: rijgen, splitsen en handig rekenen

De vraag is vervolgens hoe er op een verantwoorde wijze keuzen kunnen worden gemaakt. De basisleerlijn voor groep 3, 4 en 5 laat ons bij deze vraag in de steek. 'In groep 4 en 5 valt niets te kiezen' is een veel gehoord parool, oftewel: 'biedt alles maar aan en zie maar hoe ver je komt'. Duidelijke inhoudelijke criteria om keuzen te kunnen maken, ontbreken op dit moment. Om uit deze impasse te komen, moeten twee stappen worden gezet. Ten eerste is het noodzakelijk om de cruciale fasen in het leerproces goed in beeld te brengen. Leren hoofdrekenen stoelt naar onze mening op de beschikbaarheid van basisautomatismen en procedurele kennis. We hebben deze basiskennis en -vaardigheden in beeld gebracht met het zogenaamde drempelmodel (zie paragraaf 4). Ten tweede zullen scholen - zolang methoden dit niet aangeven - zelf hun eigen differentiatie- en planningsbeleid moeten formuleren. Het toetsingskader van de inspectie van het onderwijs (het 'Periodiek Kwaliteits Onderzoek') nodigt de sbo- en so-scholen hiertoe ook nadrukkelijk uit. De SLO (Noteboom, 2007 en 2008) is inmiddels gestart met het uitwerken van de doelen van het eerder genoemde fundamentele niveau en verkent tevens de mogelijke doelen voor de kinderen die dit niveau niet kunnen halen.

Door tijdig te signaleren en het onderwijs aan te passen aan de mogelijkheden van de leerling wordt door de leerling geen tijd verdoen door dingen te moeten (mee)doen die hij niet kan. Bij tijdig inperken van het aanbod is veel onderwijstijd extra beschikbaar om leerlingen datgene te laten leren waartoe ze in staat zijn en dat zinvol is.

Ons onderzoeksproject is ontstaan vanuit dit motief en wil meer duidelijkheid verschaffen over de speciale behoeften van deze kinderen, en over de wijze waarop de keuzen met betrekking tot haalbare en functionele doelen onderbouwd kunnen worden.

3 Differentiatie- en planningsbeleid

Op basis van bovengenoemde overwegingen hebben CEDIN-medewerkers in overleg met sbo-scholen in de provincie Friesland de volgende uitgangspunten geformuleerd voor het door de scholen te voeren differentiatie- en planningsbeleid.

a Passende doelen

We willen voorkomen dat kinderen langdurig werken aan doelen die niet haalbaar zijn. Het toetsingskader van de inspectie vraagt van scholen 'beredeneerde keuzes' bij het kiezen van doelen. We willen streven naar doelen die haalbaar en functioneel zijn gezien het uitstroomperspectief van de kinderen.

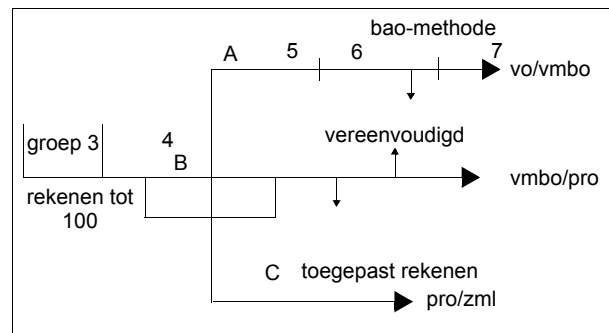
b Leren rijgen centraal

We beproeven de leerbaarheid van het hoofdrekenen en kiezen hierbij voor het leren rijgen. We hebben gezien dat het leren rijgen meer basisautomatismen vraagt dan het leren splitsen. Het rijgen heeft echter als groot voordeel dat de procedure overzichtelijk en logisch is. De oplossingswijze bij de plus- en minsonnen verloopt analoog. Met de keuze voor rijgen verwijderen we ons niet ver van de bestaande rekenpraktijk. Meerdere methoden geven aan het rijgen een centrale positie.

c De drempels

We volgen met behulp van drempels de leerontwikkeling. De drempels brengen de cruciale basiskennis en vaardigheden voor het leren rijgen in beeld. Hiermee kan de leerontwikkeling worden geëvalueerd en kunnen keuzen voor leerdoelen en methodiek worden onderbouwd en verantwoord.

d Differentiatie en planning in het sbo: er worden drie sporen gepland (fig.2).



figuur 2: drie sporen

Ervaringen met rekenplanning brengen, wat leerbaarheid betreft, globaal drie groepen leerlingen in beeld.

A: Een groep leerlingen die profiteert van de basisschoolmethode (uitstroom naar vmbo/lwoo).

B: Een groep leerlingen voor wie de basisschoolleerlijn en -methodiek vereenvoudigd dient te worden door bijvoorbeeld bij hoofdrekenen het accent op

rijgen en handig rekenen te leggen, en te kiezen tussen kolomsgewijs rekenen of cijferen (uitstroom naar lwoo/praktijkonderwijs). De streefdoelen zijn gericht op een vereenvoudigd niveau van groep 6 en deels van groep 7.

- C: Een groep leerlingen die niet leerbaar is met betrekking tot het rijgend hoofdrekenen met de moeilijke sommen tot 100. Bij deze kinderen ligt het accent op getalbegrip tot 100/1000, laag abstract automatiseren, eenvoudig hoofdrekenen, eerder een vorm van schriftelijk rekenen en de rekenmachine inzetten, en vooral meer toegepast rekenen (uitstroom naar praktijkonderwijs/zml).

4 Het drempelmodel gericht op leren rijgen

De onderzoeksprojectgroep gaat ervan uit dat leren hoofdrekenen stoelt op basisautomatismen en procedurele kennis. Als we deze kennis en vaardigheden voor het leren rijgen in kaart brengen, dan komen we tot vijf mijlpalen. We onderscheiden:

Drempel 1: Automatiseren van de sommen tot tien; het betreft de plussommen, de minssommen en de splitsingen tot tien.

Drempel 2: getalbegrip tot 100; voor het leren rijgen is met name het kunnen springen op de getallenlijn van belang.

Drempel 3: sommen tot 20; naast de automatisering van de plus- en minssommen, gaat het om de beheersing van de strategie van het vlot kunnen springen over de tien ($8 + 7 = 8 + . + .$ en $15 - 8 = 15 - . - .$). Voor het vlot kunnen splitsen van de tweede term is de beheersing van de splitsingen tot tien noodzakelijk (drempel 1).

Drempel 4: bouwstenen van het rijgen; voor het leren rijgen is het vlot kunnen uitvoeren van de twee bouwstenen van belang:

- tientallen erbij en eraf ($36 + 40$ en $87 - 30$); het kunnen springen op de getallenlijn (drempel 2) vormt de basis van deze stap;
- de sprong over het tiental tot 100 ($76 + 8 = 76 + . + .$ en $83 - 7 = 83 - . - .$).

We gaan ervan uit dat voor deze stap het vlot kunnen springen over het eerste tiental (drempel 3) een vereiste is.

Drempel 5: rijgen tot 100 ($36 + 48 = 36 + 40 + 8$ en $65 - 48 = 65 - 40 - 8$); voor het kunnen uitvoeren van de rijgstrategie moeten de bouwsteensommen van drempel 4 vlot gecombineerd kunnen worden. De kinderen mogen een tijdlang de tussenantwoorden als geheugensteuntje opschrijven. In de tweede helft van groep 5 wordt ernaar toegewerkt dat ze het uit hun hoofd gaan uitrekenen.

De drempels bestaan uit een mix van geautomatiseerde basiskennis, beheersing van een aantal basale vaardig-

heden op de getallenlijn en van een aantal basale rekenprocedures. We gaan ervan uit dat het leerproces een sterk cumulatief karakter heeft. De mate van beheersing van de drempels bepaalt in hoge mate de kans op het kunnen leren rijgen. Bovendien zal de mate van beheersing de strategiekeuze voor rijgen of splitsen sterk beïnvloeden. Kinderen die moeite hebben met de sprong over het eerste tiental (drempel 3) en over het tiental tot 100 (drempel 4) zullen eerder kiezen voor splitsen.

Over het belang van de beheersing van een aantal basale vaardigheden op de lege getallenlijn voor het leren van de bewerkingen stelt Menne (2001):

Voor het kunnen ordenen van getallen en het kunnen uitvoeren van de basisoperaties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen in het getalldomein tot 100 is het noodzakelijk, en aanvankelijk ook voldoende, dat de leerling van groep 4(5) zich vlot en flexibel over de (denkbeeldige) lege getallenlijn kunnen bewegen met (samengestelde) sprongen van 10 en (samengestelde) stappen van 1. Het rekenonderwijs zal zich in eerste instantie vooral op het verwerven van deze dynamische basale vaardigheden moeten richten. (pag.177)

Onderzoek van Milo en Ruijsenaars (2002) in het sbo laat zien dat instructie waarbij de vrije keuze aan de leerling wordt gelaten, leidt tot een relatief groot aantal leerlingen bij wie zich duidelijk een voorkeurstrategie ontwikkelt. Een beperkter aantal leerlingen gebruikt meer dan een procedure. Bij deze laatste groep is het bovendien het geval dat een deel van de leerlingen dit met inzicht doet, terwijl bij andere leerlingen de keuze per (type) opgave tamelijk willekeurig lijkt. Hoewel de leerlingen die met inzicht hun strategie aanpassen naar verwachting ook het meeste inzicht hebben, is het na een training van een half jaar zo dat de leerlingen die in die periode alleen het rijgen hebben gebruikt, betere prestaties behalen dan zowel leerlingen die alleen het splitsen gebruikten als leerlingen die beide procedures mochten gebruiken. Beheersing door oefening van het rijgen leverde voor zowel de voormalige lom- als mlk-leerlingen de meeste leerwinst.

Drempels als criteria voor differentiatie en planning

Met behulp van de drempels wordt de leerontwikkeling in kaart gebracht. De mate van beheersing en de benodigde leertijd zijn belangrijke criteria bij het kiezen van een van de drie rekensporen (zie figuur 2):

- a de integrale basisschoolmethode; kinderen kunnen het aanbod van de methode volgen als ze de drempels - binnen de door de methode gestelde tijd - zonder problemen onder de knie krijgen.
- b een vereenvoudigd basisschoolaanbod; een groep kinderen krijgt de drempels voor het leren rijgen met de nodige moeite onder de knie. Ze moeten vooral de strategieën van drempel 3, 4, en 5 meer herhaald oefenen en hebben meer leertijd nodig. Ze komen in aan-

merking voor een vereenvoudigd aanbod voor zowel het hoofdrekenen als het schriftelijk rekenen.

- c Accent op toegepast rekenen; de kinderen die drempel 1 en 2 met moeite onder de knie krijgen en die bij drempel 3 en 4 niet leerbaar zijn met betrekking tot de sprong over het tiental komen in aanmerking voor reenspoor C.

5 Onderzoeksproject

Om het drempelmodel empirisch te funderen, wordt in samenwerking met de Rijksuniversiteit Groningen een onderzoek uitgevoerd. Participanten zijn tien sbo-scholen in de provincie Friesland, elf scholen voor bao - uit de samenwerkingsverbanden WSNS, A. Minnaert, W. Ruijs-senaars en E. Mushati-Hamadani van de Faculteit der Gedrags- en Maatschappijwetenschappen van de RuG; B. Milo van de onderwijsinspectie, P. Bandstra en W. Danhof van de taakgroep sbo/so van OBD CEDIN.

Om de leerontwikkeling van de kinderen in beeld te brengen, heeft het onderzoek een longitudinaal karakter. Er vinden over twee jaar vijf metingen plaats. De onderzoeksgroep van het bao bestaat uit ongeveer driehonderdvijftig leerlingen van groep 3 en driehonderdvijftig leerlingen van groep 4 (fig.3). In het sbo doen ongeveer twee keer honderdvijftig leerlingen mee.

aantal leer-lingen	januari/februari 2006	mei/juni	januari/februari 2007	mei/juni	januari/februari 2008
	medio	eind	medio	eind	medio
± 500	A. groep 3	groep 3	groep 4	groep 4	groep 5
± 500	B. groep 4	groep 4	groep 5	groep 5	groep 6

figuur 3

Deelname van de basisscholen is noodzakelijk om te kunnen komen tot een normatief ontwikkelingskader, waarin verschillen in leerprofielen kunnen worden bepaald tegen de achtergrond van het normale ontwikkelingsbeeld. Het doel van het onderzoek is na te gaan of de drempels dienst kunnen doen als criteria voor differentiatie en planning. Door vast te stellen in hoeverre leerlingen doelen binnen de daarvoor gestelde tijd behalen en welke kind- en schoolfactoren hier eventueel invloed op

hebben, zal in kaart worden gebracht welke doelen haalbaar zijn voor welke leerlingen en binnen welke termijnen. Bij de toetsing wordt onderscheid gemaakt tussen somniveau, het uitvoeren van de oplossing op de getallenlijn en het uitvoeren van de oplossing met tussennotatie (somaal). De toets heeft het karakter van een vaardigheidstoets (kunnen ze het?) en een automatiseringstoets (kunnen ze het snel?). De resultaten van het onderzoek zullen later worden gepubliceerd.

Literatuur

- Boswinkel, N. & F.J. Moerlands (2001). Speciaal rekenen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 19(3), 3-14.
- Danhof, W. (1993). Automatiseren = leren onthouden. Aanpak van een rekenprobleem. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 32, 492-509.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Keijzer R., M. Baltussen, H. ter Heege, J.M.M. Kaskens & E.C. Veldhuis (2001). Rekenen in het Speciaal onderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 19(3), 14-18.
- Kraemer, J.-M., F. van der Schoot & R. Engelen (2000). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs op lom- en mlk-scholen 2. Uitkomsten van de tweede peiling in 1997*. Arnhem: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling (Cito).
- Menne, J.J.M. (2001). *Met Sprongen Vooruit: Een productief oefenprogramma voor zwakke rekenaars in het getalengebied tot 100 - een onderwijsexperiment*. Utrecht: CD-β Press (proefschrift).
- Meijerink, H. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede: SLO (Expertgroep doorlopende leerlijnen).
- Milo, B.F. & W. Ruijsenaars (2002). Strategiegebruik van leerlingen in het speciaal basisonderwijs bij optellen en aftrekken tot 100: begeleiden of sturen? *Pedagogische Studiefen*, 79, 117-129.
- Milo, B.F. & A.J.J.M. Ruijsenaars (2003a). Rekeninstructie op scholen voor speciaal basisonderwijs, wat is realistisch? *Tijdschrift voor orthopedagogiek* 42, 423-435.
- Milo, B.F. & A.J.J.M. Ruijsenaars (2003b). Instructie en leerlingkenmerken - (on)mogelijkheden van realistische instructie in het SBO, *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 22(1), 27-33.
- Noteboom, A. (2007). *Minimumdoelen rekenen - wiskunde einde basisonderwijs voor zwakke rekenaars*. Enschede: SLO.
- Noteboom, A. e.a. (2008). *Leren rekenen met perspectief*. Enschede: SLO.
- Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buys (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen Onderbouw Basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.

The new learning trajectories expressed in primary school textbook series evoke questions on differentiation and planning. Which targets are achievable and functional for those children who will go on to practical education and vmbo/lwoo? Which content-based criteria can justify strategy choices for mental and written calculation? The task group sbo/so at CEDIN school advisory service has developed a threshold model in cooperation with special education primary schools in Friesland to define the learnability criteria for learning mental calculation. Learnability here relates to automated knowledge and abilities needed for learning mental calculation. The ultimate goal is developing a policy framework to account for the necessary differentiation and planning in both special (sbo) and regular (bao) primary education. A two-year study in cooperation with Rijksuniversiteit Groningen, to provide an empirical grounding for the threshold model, is set to finish in 2008.