

# Rapport Rekenproject

## Leerbaarheid van hoofdrekenen

Piet Bandstra  
Wolter Danhof  
Sytske Faber  
Alexander Minnaert  
Wied Ruijssenaars

Mei 2013



## Inhoudsopgave

<b>1. Inleiding .....</b>	<b>4</b>
<b>2. De context en het theoretisch kader .....</b>	<b>6</b>
<b>2.1 De landelijke context - Noodzaak van verantwoorde leerdoel differentiatie.....</b>	<b>6</b>
<b>2.2 Theoretisch kader .....</b>	<b>9</b>
<b>2.3 Het drempelmodel.....</b>	<b>13</b>
<b>2.4 De getoetste veronderstellingen van het onderzoek .....</b>	<b>14</b>
<b>2.5 Doel van het onderzoek .....</b>	<b>15</b>
<b>3. Het onderzoek in 3 fasen .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1 Fase I en Fase II: PO .....</b>	<b>16</b>
<b>3.2 Fase III: VO.....</b>	<b>17</b>
<b>3.3 Leeswijzer .....</b>	<b>18</b>
<b>4. Resultaten Primair Onderwijs .....</b>	<b>19</b>
<b>4.1 Regulier basisonderwijs.....</b>	<b>20</b>
4.1.1 Drempel 1a.....	20
4.1.2 Drempel 1b .....	21
4.1.3 Drempel 3a.....	23
4.1.4 Drempel 3b .....	25
4.1.5 Drempel 4a.....	27
4.1.6 Drempel 4b .....	28
4.1.7 Drempel 4c.....	30
4.1.8 Drempel 4d .....	31
4.1.9 Risico analyse .....	33
<b>4.2 SBO Praktijkonderwijs uitstroom.....</b>	<b>35</b>
4.2.1 Power en speed .....	35
<b>5 Resultaten Voortgezet Onderwijs.....</b>	<b>37</b>
<b>5.1 Screening.....</b>	<b>37</b>
<b>5.2 Automatisering.....</b>	<b>38</b>
<b>6. Samenvatting, vervolgstappen en aanbevelingen .....</b>	<b>40</b>
<b>6.1 Samenvatting.....</b>	<b>40</b>
<b>6.2 Vervolgstappen.....</b>	<b>48</b>
<b>6.3 Aanbevelingen .....</b>	<b>49</b>
<b>7. Literatuur .....</b>	<b>51</b>

## 1. Inleiding

Dit rapport van het onderzoeksproject ‘Leerbaarheid van hoofdrekenen’ van de Rijksuniversiteit Groningen wil de bij dit onderzoek betrokken scholen, informeren over de gevonden resultaten in het Primair onderwijs (P.O.) en het Voortgezet onderwijs (V.O.).

Het onderzoek had en heeft als doel de achtergronden van achterstanden bij het leren hoofdrekenen beter in beeld te brengen. Ons vertrekpunt is dat automatiseringstekorten deze achterstanden sterk mede bepalen.

Door het verschijnen van de publicatie ‘Over de drempels met rekenen’ (2008) is er een duidelijker beeld ontstaan van de omvang van deze achterstanden en de hier uit voortkomende differentiatievragen ( zie hoofdstuk 2). Voor een verantwoorde leerdoel differentiatie hebben we allereerst een duidelijk beeld nodig van de rekenontwikkeling bij de basisschoolleerlingen, en vervolgens van de leerlingen binnen de diverse leerwegen in het V.O.

In het onderzoek zijn twee soorten toetsen gebruikt, nl automatiseringstoetsen van de belangrijkste basiskennis (drempels) voor het hoofdrekenen tot 100, en screeningstoetsen met de belangrijkste som-typen van groep 3 tot groep 7.

Het onderzoek kende drie fasen: 1) een longitudinaal onderzoek (van 2006 tot 2011) met basisscholen en S.B.O. scholen, 2) onderzoek bij leerlingen die instromen in het V.O. en 3) replicaties van belangrijke delen van het onderzoek door de universiteiten van Utrecht (onder leiding van prof. dr. Van Luit) en Gent (onder leiding van prof. dr. Desoete). In dit rapport doen we verslag van de gevonden resultaten op de scholen voor P.O. en V.O. in de provincie Friesland.

De opbouw van dit rapport is als volgt: In hoofdstuk 2 komen de aanleiding en relevantie van het onderzoek, het theoretisch kader, het onderzoeksmodel en de onderzoeksvragen aan de orde. Hoofdstuk 3 schetst de onderzoeksopzet. Voor het beschrijven van het longitudinale ontwikkelingsbeeld in P.O. in hoofdstuk 4, zijn de resultaten uitgesplitst naar uitstroom in de verschillende leerwegen naar V.O. Na een risicoanalyse van de resultaten in het basisonderwijs, worden de resultaten van de S.B.O. leerlingen die uitstromen naar het Praktijkonderwijs geduid. In hoofdstuk 5 worden vervolgens de resultaten van de leerlingen in V.O. op de diverse leerwegen in beeld gebracht. Het rapport besluit in hoofdstuk 6 met een samenvatting van de resultaten, de implicaties voor de vervolgstappen van ons project, en aanbevelingen voor de handelingsgerichte diagnostiek en de didactiek in de scholen voor P.O. en V.O.

Een eerste schets van de gevonden samenhangen tussen achterstanden bij hoofdrekenen en automatiseringstekorten in V.O. is verschenen in het tijdschrift Remediaal (2012), bijvoorbeeld de sterke samenhang tussen de automatisering van de moeilijke tafels en de voorafgaande drempels. In een volgende publicatie zullen we de gevolgen voor het diagnostisch model en de handelingsgerichte diagnostiek nader uitwerken.

De drie betrokken universiteiten zullen de resultaten van de onderzoeken in P.O. in het najaar van 2013 gezamenlijk presenteren.

We willen hierbij alle scholen hartelijk dank zeggen die hebben meegewerkt aan dit onderzoeksproject. Eveneens willen we de RVC Friesland en de Rijksuniversiteit Groningen danken. Zonder hun ondersteuning was het project niet mogelijk geweest. Samen hebben we een bijdrage kunnen leveren aan betere mogelijkheden tot afstemming van het rekenonderwijs aan kinderen met achterstanden bij hoofdrekenen.

De projectgroep, Groningen 2013

Piet Bandstra

Wolter Danhof

Sytske Faber

Alexander Minnaert

Wied Ruijssenaars

## 2. De context en het theoretisch kader

### 2.1 De landelijke context - Noodzaak van verantwoorde leerdoel differentiatie

De Tal-leerlijnen (1999,2001) leggen een sterk accent op het leren hoofdrekenen volgens meerdere procedures (of: strategieën). Inzet van de leerlijnen is de kinderen te leren rekenen op basis van begripsvorming en inzicht. Tot en met groep5 dient alle rekenen hoofdrekenen te zijn. De kinderen moeten eerst voldoende vaardig zijn in het hoofdrekenen en het handig rekenen. Zo wordt voorkomen dat ze gaan kiezen voor minder inzichtelijke procedures zoals het cijferen.

Deze uitgangspunten krijgen vervolgens hun uitwerking in de ‘nieuwe’ Rekenmethoden. De schriftelijke rekenprocedures worden in deze methoden pas geïntroduceerd in groep 6, en het cijferend rekenen wordt deels vervangen door het kolomsgewijs rekenen. Ook het project ‘Speciaal rekenen’ van het Freudenthal Instituut voor SBO- en SO/VSO-scholen neemt deze leerlijnen voor het leren van de hoofdbewerkingen als uitgangspunt.

De rekendidactici kiezen hiermee voor het hoogst haalbare. De vraag is echter hoe dit uitpakt voor de rekenzwakke groep.

Met het artikel ‘Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen – naar criteria voor differentiatie en planning’ (Danhof, Bandstra, Milo, Mushati-Hamadani, Minnaert & Ruijssenaars, 2008) treedt de projectgroep ‘Leerbaarheid van hoofdrekenen’ voor het eerst naar buiten. De projectgroep stelt dat de leerlijnen en methodieken van de basisschool-methoden voor een grote groep kinderen te hoog gegrepen zijn: het is ‘te snel, te veel en te abstract’. Ervaringen met rekenplanning in de SBO-praktijk laten qua leerbaarheid immers drie groepen leerlingen zien:

A – Een groep leerlingen die profiteert van de basisschoolmethode: → Uitstroom VMBO.

B – Een groep leerlingen voor wie de basisschool leerlijn en -methodiek vereenvoudigd dient te worden. De streefdoelen zijn gericht op een vereenvoudigd niveau van groep 6 en 7, en op meer toegepast rekenen: → Uitstroom VMBO(LWOO)/Praktijkonderwijs.

C - Een groep leerlingen die niet toekomen aan de moeilijke sommen tot 100. Bij deze kinderen ligt het accent op toegepast rekenen en vereenvoudigde rekenprocedures: → Uitstroom Praktijkonderwijs/ Z.M.L.

Voor deze drie groepen dienen volgens de projectgroep aparte leerroutes te worden uitgewerkt. Het in 2006 gestarte onderzoek heeft als inzet de verschillen tussen de leerlingen tijdig middels inhoudelijke leerprofielen in beeld te brengen, als aangrijpingspunt voor de noodzakelijke differentiatie.

In het hier beschreven onderzoek wordt uitgegaan van de volgende uitgangspunten:

- Leren rekenen is in sterke mate een cumulatief leerproces. Er is sprake van een stapeling van kennis en vaardigheden.
- In de leerlijn van het hoofdrekenen tot 100 zit een aantal cruciale leermomenten (drempels) die de mogelijkheden van een voortgaande ontwikkeling in hoge mate bepalen.
- Het leren hoofdrekenen kent twee pijlers: procedurele kennis en geautomatiseerde (feiten-) kennis m.b.t. de genoemde drempels.
- Voor het onderzoek naar de rekenontwikkeling dienen zowel de vaardigheid ('power': het *kunnen*), als de basisautomatismen van de drempels ('speed': *vlot en goed*) te worden gevolgd.

Deze uitgangspunten zijn uitgewerkt in het zogenoemde drempelmodel en in de toetsen die in het onderzoek zijn gebruikt (zie hoofdstuk 3).

Met het verschijnen van de publicatie 'Over de drempels met rekenen' (Meijerink, 2008) van de 'Expertgroep Doorlopende leerlijnen taal en rekenen' worden eerder genoemde differentiatievragen actueel. De Expertgroep stelt dat voor leerlingen die uitstromen naar VMBO/LWOO een basaal fundamenteel niveau vereist is. Dit niveau komt globaal overeen met een (vereenvoudigd) niveau van groep 7. De schatting is dat in 2008 ongeveer 20 procent van de kinderen dit niveau niet haalt. Volgens de Expertgroep moet ernaar gestreefd worden om de helft van deze groep 'op te krikken' tot het basale niveau. Over de resterende 10 procent stelt de Expertgroep (p. 50):

'Deze leerlingen leren vanaf groep 6 te weinig, omdat zij de basale begrippen en vaardigheden uit de voortgaande jaren nog niet beheersen, terwijl het onderwijsaanbod daar wel op voortbouwt. Wij bevelen aan om voor deze leerlingen in het basisonderwijs een afzonderlijk leertraject te ontwikkelen.'

Het rapport brengt de grote verschillen in opbrengsten helder in beeld, trekt duidelijke conclusies en formuleert concrete aanbevelingen m.b.t. de noodzakelijke leerdoeldifferentiatie. Het rapport zorgt voor probleemherkenning en -erkenning.

De aanbevelingen worden door de overheid omgezet in beleid en in de wet vastgelegd (Meijerink et al., 2009). Het referentiekader bevat doelen en beschrijvingen van wat leerlingen moeten kennen en kunnen op 12-, 16- en 18-jarige leeftijd op het gebied van taal en rekenen.

Het S.L.O. krijgt de opdracht de referentieniveaus inhoudelijk uit te werken en het Cito gaat aan de slag om hier passende toetsen bij te maken. In een eerste verkenning door het S.L.O. (Noteboom, 2008) van de rekendoelen voor het fundamentele niveau worden tevens de mogelijke doelen verkend voor de kinderen die dit niveau niet halen. ‘Door tijdig te signaleren en het onderwijs aan te passen aan de mogelijkheden van de leerling wordt door de leerling geen tijd verdaan door dingen te moeten (mee)doen die hij niet kan. Bij tijdig inperken van het aanbod is veel onderwijstijd extra beschikbaar om leerlingen datgene te laten leren waartoe ze in staat zijn en wat zinvol is’ (Noteboom, 2008).

In het verlengde van deze verkenning krijgt het S.L.O. van het ministerie van OCW in 2010 de opdracht om de referentieniveaus ook uit te werken voor leerlingen met een specifieke onderwijsbehoefte. Het project Passende Perspectieven (Boswinkel et al., 2012) formuleert de opdracht als volgt:

‘Het referentiekader is een instrument om te reflecteren op de doelen die haalbaar zijn voor circa 75-85% van de leerlingen. Leerlingen die referentieniveau 1F niet halen, zitten zowel in het regulier als in het speciaal (basis) onderwijs’ (Boswinkel, 2012). ‘Het project Passende Perspectieven ondersteunt interne begeleiders en leerkrachten bij het maken van inhoudelijke keuzes, zodat deze leerlingen een onderwijsaanbod krijgen dat past bij hun ontwikkelingsperspectief.’

Voor de noodzakelijke inhoudelijke differentiatie schetst het project drie rekenroutes met bijbehorende doelen (Boswinkel, 2012).

- Route 1: deze leerlingen halen op 12 jarige leeftijd alsnog (eventueel met behulp van extra hulpmiddelen) de doelen van 1F.
- Route 2: deze leerlingen halen 1F niet op 12 jarige leeftijd. Ze kunnen doorgroeien in het vervolgonderwijs. Daar halen ze 1F alsnog op bijvoorbeeld 14 jarige leeftijd. Door op bepaalde doelen in het primair onderwijs minder accent te leggen, kunnen de meest relevante doelen voor het vervolgonderwijs meer aandacht krijgen. Het betreft doorgaans leerlingen die na het primair onderwijs doorstromen naar VMBO-B/K, al dan niet met leerwegondersteuning.
- Route 3: voor deze leerlingen is het van belang zoveel mogelijk functioneel met rekenen bezig te zijn. Er zijn keuzes in doelen gemaakt, vooral met betrekking tot de functionaliteit van de doelen, de mate van formalisering en de eisen die worden gesteld aan automatisering/memorisering. Het betreft grotendeels leerlingen met beperkte cognitieve capaciteiten die doorstromen naar Praktijkonderwijs of VSO arbeid.

Over het verantwoorden van de routekeus stelt het project (pag.11): ‘Ondanks dat een zo helder mogelijk beeld is geschetst van de groepen leerlingen zal de vraag blijven bestaan hoe en wanneer je kunt bepalen



in welke route een leerling eventueel zit. Dit zal vooralsnog een punt van discussie blijven' (Boswinkel, 2012).

Het SLO werkt aan een handreiking die aansluit bij de cyclus voor handelingsgericht werken. In een eerste versie wordt gesteld dat het gaat om leerlingen die zich consequent langzamer blijven ontwikkelen en dat het ontwikkelingsperspectief bepaalt welke route van toepassing is (Boswinkel, 2012).

Voor het verantwoorden van de routekeus zullen - naast het ontwikkelingsperspectief - echter ook meer inhoudelijke criteria van belang zijn. Het beleid van de rijksoverheid met 'Opbrengstgericht werken' en 'Passend Onderwijs' met handelingsgerichte diagnostiek, stelt ook nadrukkelijk deze vraag.

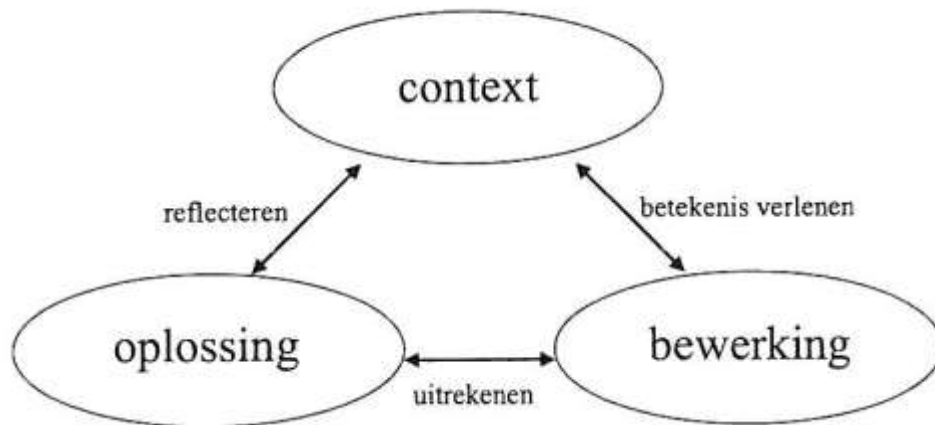
Ontwikkelingsperspectieven en Alternatieve leerlijnen voor rekenen behoeven ook een inhoudelijke onderbouwing met duidelijke leerprofielen om leerdoeldifferentiatie te verantwoorden.

## 2.2 Theoretisch kader

Vanuit de rekendidactiek hebben we te maken met verschillende leerdomeinen (Fijma, 1999). Leren rekenen bestaat uit het verwerven van 3 verschillende domeinen, namelijk: a) getallen en bewerkingen, b) verhoudingen, breuken en procenten, en c) meten en meetkunde (Meijerink, 2008). De analyse van rekenproblemen heeft voornamelijk betrekking op het sub-domein getallen en bewerkingen (zie protocol ERWD; Van Groenestijn et al., 2011).

Volgens het protocol ERWD (Van Groenestijn et al., 2011) zijn voor het diagnosticerend onderwijzen twee modellen voor signalering en analyse relevant, namelijk het *handelingsmodel* en het *drieslagmodel*. Beide modellen worden gebruikt als basis om leerlingen in de reken/wiskunde-ontwikkeling te volgen, ze te observeren, en hun resultaten te analyseren en interpreteren. Het handelingsmodel bestaat uit vier handelingsniveaus: 1. Informeel handelen in werkelijkheidssituatie; 2. Voorstellen in concrete zin; 3. Voorstellen in abstracte vorm (gebruik maken van denkmodellen); 4. Het uitvoeren van formele bewerkingen. Voor het handelen en functioneren op de twee hoogste niveaus (3 en 4) is een goede ontwikkeling op de twee laagste niveaus een voorwaarde.

Bij het drieslagmodel is probleemoplossend handelen de basis. Daarbij doorloopt een leerling de oplossingsprocedure van contextopdrachten. In figuur 2 is het drieslagmodel schematisch weergegeven.



---

#### Drieslagmodel van het protocol ERWD

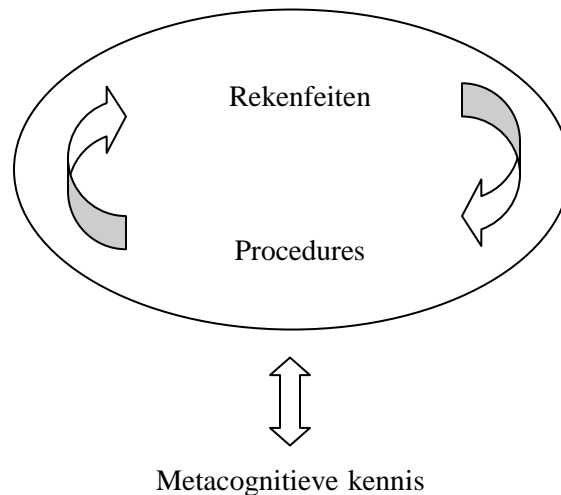
Het drieslagmodel start de analyse vanuit een gegeven context waarin de leerling een betekenis moet verlenen aan een bewerking. Om deze bewerking uit te kunnen voeren zal een leerling een bepaalde strategie of procedure toe moeten passen zodat er een oplossing uitgerekend kan worden.

In het protocol ERWD wordt gesteld dat leerlingen, om te kunnen rekenen met eigenschappen van getallen en bewerkingen, het automatiseren en memoriseren van getallencombinaties tot 20, en beter nog tot 24, moeten beheersen. Bij kinderen waar het automatiseren van sommen tot 20, maar ook tot 100 niet goed verloopt, kan stagnatie van de rekenvaardigheid ontstaan. Hoewel het belang van geautomatiseerde voorkennis in het protocol wel wordt beschreven en uitgewerkt, ontbreekt deze schakel tot het procedureel handelen in het drieslagmodel.

Het belang van geautomatiseerde voorkennis voor het procedureel handelen wordt nader uitgewerkt binnen de theorie van de cognitieve leerpsychologie. Daarin wordt gesteld dat er mentale leerprocessen plaatsvinden tussen stimulus en respons waarbij de mens gezien wordt als informatie verwerkend systeem (Ruijsenaars, Van Luit & Van Lieshout, 2006). Rekenen is binnen deze theorie een proces van informatieverwerking. Allereerst wordt de informatie waargenomen, waarna de keuze wordt gemaakt uit het informatieaanbod (selectieve aandacht). Vervolgens wordt de informatie doorgestuurd naar het korte termijn geheugen (of werkgeheugen), waar het wordt bewerkt. Daarna wordt de informatie doorgestuurd naar het lange termijn geheugen. De begrippen 'aanwezige kennis', 'voorkennis' en 'kennisbestand' zijn binnen deze benadering synoniemen voor lange termijn geheugen (Ruijsenaars et al., 2006). Binnen dit

systeem zijn verschillende vormen van kennis opgeslagen waaronder declaratieve kennis (feitenkennis), procedurele kennis (procedures en strategieën) en metacognitieve kennis (kennis het eigen leerproces, over de eigen kennis, en over de strategische inzet van procedures).

---



---

### Feitenkennis als fundament

Het doorlopen van een procedure kan gezien worden als het doorlopen van verschillende stappen waarbij voorkennis noodzakelijk is. Als deze stappen niet voldoende geautomatiseerd zijn, wordt het werkgeheugen hierdoor extra belast. De leerling raakt al snel het overzicht kwijt, waardoor een grotere kans bestaat dat er fouten worden gemaakt. Als er meer aandacht nodig is voor het oplossen van de deelstappen, gaat het ten koste van het procedureel en strategisch handelen.

Vanuit de informatieverwerkingstheorie zijn mogelijke verklaringen voor het optreden van problemen:

- Een beperkte capaciteit van het werkgeheugen waardoor meer tijd en meer tussenstappen nodig zijn om de (deel-)handelingen uit te voeren.
- Problemen met een snelle toegankelijkheid van het lange termijn geheugen.
- Een mindere mate van gevoeligheid voor hoeveelheden (number sense).
- Een trager verlopende automatisering, samenhangend met de voorgaande punten.

In het verlengde hiervan wordt dyscalculie opgevat als een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het vlot/ accuraat oproepen van rekenfeiten en/ of het leren en vlot/ accuraat toepassen van rekenprocedures (Desoete, Ghesquière, De Smedt, Andries, van den Broeck & Ruijsenaars, 2010).

Als het proces van het automatiseren goed verloopt, kunnen gevorderde rekenaars (tussen-)uitkomsten feilloos uit hun hoofd geven. Daarbij wordt het antwoord uit het langetermijngeheugen gehaald als rekenfeit (Ruijsenaars et al., 2006). Er is minder kans op fouten en het werkgeheugen wordt minder belast. Kinderen met rekenproblemen kunnen vaak minder goed automatiseren en blijven soms (hun hele leven) tellen. Bij deze kinderen wordt een grotere belasting van het werkgeheugen gevraagd, waardoor ze ook moeite hebben met meer complexe sommen, zoals breuken, procenten en delingen

Automatiseren van rekenfeiten is voor de zwakke rekenaars in sterke mate een proces van leren onthouden (Danhof, 1993), wat elke dag kort herhaald oefenen (frequentie!) nodig maakt. Het leren onthouden is voor deze groep leerlingen een aparte leerfase met een eigen methodiek. De Inspectie (2011) benadrukt het belang van een structurele aanpak van automatiseringstekorten bij rekenen/wiskunde. Scholen dienen binnen het kader van het opbrengstgericht werken te komen tot een planmatige aanpak.

Bovenstaande inzichten vormen de basis voor het hier beschreven ons onderzoeksproject. Samengevat:

- Rekenen is een cumulatief leerproces. Het betreft een stapeling van kennis en vaardigheden.
- Bij het hoofdrekenen tot 100 spelen een aantal cruciale basisvaardigheden (drempels) een markerende rol (zie voor het drempelmodel: Danhof et al., 2008).
- Bij het in beeld brengen van de ontwikkeling van het automatiseren spelen zowel 'power' als 'speed' een belangrijke rol.

## 2.3 Het drempelmodel

De onderzoeksgroep gaat ervan uit dat het leren hoofdrekenen tot 100 stoelt op kennis van basisfeiten en procedurele kennis. Als deze kennis en vaardigheden voor het leren rijgen in kaart worden gebracht, dan kunnen er 5 mijlpalen onderscheiden worden.

- Drempel 1: Automatiseren van de sommen tot 10. Het betreft de plussommen, de minsommen en de splitsingen tot 10.
- Drempel 2: Begrip van getallen tot 100. Voor het leren rijgen is met name het kunnen springen op de getallenlijn van belang.
- Drempel 3: Sommen tot 20. Naast de automatisering van de plus- en minsommen gaat het om de beheersing van de procedure van het vlot kunnen springen over de tien, ( $8+7 = 8+...+..$  en  $15-8 = 15- ...$ ). Voor het vlot kunnen splitsen van de tweede term is de beheersing van de splitsingen tot 10 noodzakelijk (drempel 1).
- Drempel 4: Bouwstenen van het rijgen. Voor het leren rijgen is het vlot kunnen uitvoeren van de twee bouwstenen van belang:
- tientallen erbij en eraf ( $36+40$  en  $87-30$ ); het kunnen springen op de getallenlijn (drempel 2), vormt de basis van deze stap.
  - de sprong over het tiental tot 100. ( $76+ 8 = 76+ ...+..$  en  $83- 7 = 83-...-..$ ). Er wordt van uitgegaan dat voor deze stap het vlot kunnen springen over het eerste tiental (drempel 3) een vereiste is.
- Drempel 5: Rijgen tot 100 ( $36+48 = 36+40+8$  en  $65-48 = 65-40-8$ ); voor het kunnen uitvoeren van de rijgstrategie moeten de bouwsteensommen van drempel 4 vlot gecombineerd kunnen worden. De leerlingen mogen een tijdlang de tussenantwoorden als geheugensteun opschrijven. In de tweede helft van groep 5 wordt toegewerkt naar het uit het hoofd uitrekenen.

Tekstbox 1: het drempelmodel (Danhof et al., 2008)

Met behulp van het drempelmodel is de leerontwikkeling van leerlingen in kaart te brengen. De drempels bestaan uit een mix van (basale) feitenkennis en (basale) procedures (op de getallenlijn en in bewerkingen). Er wordt van uitgegaan dat het leerproces een sterk cumulatief karakter heeft. De mate van beheersing van de drempels bepaalt in hoge mate de kans op het (uiteindelijk) kunnen leren rijgen. De drempels hebben binnen het model dan ook een cumulatief karakter: beheersing van een lagere drempel draagt bij aan beheersing van een hogere drempel. Pas als de voor een drempel vereiste kennis zowel accuraat als vlot beschikbaar is, kan hij als ondersteuning dienen bij een volgende drempel.

In het onderzoek is er onderscheid gemaakt tussen niveau- (of: screenings-) en automatiseringstoetsen. Het verschil tussen beide is de tijdsdruk bij de toets. De niveau-/screeningstoetsen worden gemaakt zonder tijdsdruk, waardoor de toets de vorm van een vaardigheidstoets krijgt ('power'): beheersen de leerlingen de verschillende typen sommen? De automatiseringstoets bekijkt of de leerlingen dezelfde typen sommen ook snel kunnen maken ('speed').

## **2.4 De getoetste veronderstellingen van het onderzoek**

Er is een aantal verwachtingen geformuleerd voorafgaand aan het onderzoek. Deze verwachtingen zijn gebaseerd op de aannames bij het drempelmodel.

Ten eerste wordt verwacht dat de scores op drempel 1 hoger zouden moeten zijn dan de scores op drempel 2, de scores op drempel 2 zouden hoger moeten zijn dan de scores op drempel 3. De vraag die hier gesteld wordt, is: Wordt er op de opeenvolgende drempel steeds slechter gepresteerd (drempel  $1 > 2 > 3 > 4 > 5$ )?

Een tweede veronderstelling is dat er op de niveautoetsen gemiddeld genomen beter gescoord wordt dan op de automatiseringstoetsen. Bij de laatste wordt immers van de leerlingen verwacht dat ze de sommen niet alleen kunnen maken, maar ook goed en snel? De vraag is: Zijn de resultaten op de niveautoetsen beter dan de resultaten op de automatiseringstoetsen (niveau > automatisering)?

Ten derde wordt verwacht dat er op toetsmoment 7 beter gescoord wordt dan op toetsmoment 6, en op toetsmoment 6 beter dan op toetsmoment 5. De leerlingen hebben naarmate het onderzoek vordert meer rekenonderwijs gehad, dus is te verwachten dat ze op ieder toetsmoment hoger scoren. De vraag is dan: Zijn de resultaten, naarmate de tijd vordert, steeds beter ( $T7 > T6 > T5 > T4 > T3 > T2 > T1$ )?

De laatste vraag luidt: Zijn de resultaten in het regulier onderwijs beter dan de resultaten in het speciaal basisonderwijs (regulier onderwijs > speciaal basisonderwijs)?

Uit eerdere analyses is gebleken dat deze vier veronderstellingen zijn bevestigd, zodat het drempelmodel voldoende empirisch wordt ondersteund (Danhof et al., 2008).

## **2.5 Doel van het onderzoek**

Het doel van het onderzoek is de ontwikkeling van rekenvaardigheid en automatisering nader in beeld te brengen. Vragen die daarbij kunnen worden gesteld, zijn: Welke samenhang is er tussen de drempels? Hangen automatiseringstekorten samen met achterstanden bij het leren hoofdrekenen? Zijn achterstanden te voorspellen, zo ja hoe? Kunnen criteria worden opgesteld voor het onderbouwen van beredeneerde keuzes voor compensaties (bijvoorbeeld eerder starten met schriftelijk rekenen)?

### 3. Het onderzoek in 3 fasen

#### 3.1 Fase I en Fase II: PO

Het onderzoek is in 2006 van start gegaan met leerlingen van tien SBO-scholen en elf basisscholen uit Friesland. Om hun leerontwikkeling in kaart te brengen zijn deze leerlingen meerdere leerjaren gevolgd, waardoor het onderzoek een longitudinaal karakter krijgt. In het onderzoek zijn 2 groepen opgenomen. De eerste groep (A) bestaat uit leerlingen die toentertijd in groep 3 zaten, de tweede groep leerlingen (B) zat in groep 4. In Fase I van het onderzoek zijn op vijf momenten toetsen afgenomen. In onderstaand figuur is weergegeven welke toetsen (niveau/screening en automatisering) zijn afgenomen op de verschillende (toets)momenten, bij beide groepen.

**Tabel 1: Overzicht type toets per toetsmoment**

PO	Fase I					Fase II	
	T1 Niveau & Automat.	T2 Automat.	T3 Niveau & Automat.	T4 Automat.	T5 Niveau & Automat.	T6 Screening & Auto.	T7 Screening & Auto.
<b>Groep A</b>	Groep 3 (midden)	Groep 3 (eind)	Groep 4 (midden)	Groep 4 (eind)	Groep 5 (midden)	Groep 7 (midden)	<b>Groep 8 (midden)</b>
<b>Groep B</b>	<b>Groep 4 (midden)</b>	<b>Groep 4 (eind)</b>	<b>Groep 5 (midden)</b>	<b>Groep 5 (eind)</b>	<b>Groep 6 (midden)</b>	<b>Groep 8 (midden)</b>	-

Na vijf toetsmomenten is in 2010 Fase II van start gegaan. De leerlingen zaten inmiddels in groep 7 en 8. In deze fase hebben enkele veranderingen plaatsgevonden. Een aantal scholen heeft er voor gekozen om niet verder deel te nemen. Er bleven acht SBO-scholen en zeven reguliere basisscholen over. De toetsen zijn aangepast aan de hogere leerjaren en er heeft een verandering plaatsgevonden binnen de toetsen die de vaardigheid (power) van de leerlingen meten. In Fase I van het onderzoek werden niveautoetsen afgenomen. Deze hadden een bereik van groep 3 tot en met groep 5. In Fase II zijn deze vervangen door zogenoemde screeningstoetsen. Het verschil tussen de niveautoetsen en de screeningstoetsen is onder andere het bereik: de screeningstoetsen hebben een bereik tot groep 7 en toetsen als extra het vermenigvuldigen en delen, de breuken, procenten en sommen met kommagetallen. Ok het aantal sommen verschilt: de niveautoets bevat 6 sommen per categorie, de screeningstoets heeft er telkens 4.

In Fase II zijn de automatiseringstoetsen van drempel 5 niet meer afgenomen. De resultaten van Fase I maakten duidelijk dat het bij deze sommen vooral gaat om ‘power’. Bovendien is een drempel



toegevoegd, met 2 sub drempels: de eenvoudige tafelsommen (1-5 en 10) en de moeilijke tafels (tafel 6-9).

Tijdens de meting in 2010 waren veel leerlingen in het speciaal basisonderwijs al van school. Daarom is er besloten de kleine groep overgebleven leerlingen niet meer te toetsen

### **3.2 Fase III: VO**

In 2010 is Fase III van start gegaan in het V.O. met een onderzoek bij leerlingen die instroomden in het V.O. Het betreft jaarlijkse metingen aan het begin van het schooljaar (september 2009, september 2010). Het onderzoek binnen het V.O. heeft plaatsgevonden op vier reguliere scholen en twee praktijkscholen in Friesland. Binnen deze scholen zijn de volgende leerwegen te onderscheiden: Praktijk Onderwijs (PrO), basisberoepsgerichte leerweg (BB), kaderberoepsgerichte leerweg (KB), theoretische leerweg (TL), Havo en Vwo.

Voor de analyses zijn clusters gemaakt aan de hand van de verschillende leerwegen:

- PrO
- BB-KB
- KB-TL
- TL-Havo
- Havo-VWO

Op twee toetsmomenten zijn screenings-en automatiseringstoetsen afgenomen bij de leerlingen. De screeningstoets heeft net als in het Primair Onderwijs een bereik van groep 3 tot en met groep 7, waarbij ook het vermenigvuldigen en delen, breuken en procenten, en sommen met kommagetallen worden getoetst.

De automatiseringstoetsen bestaan uit drempel 1 (plus- en minsommen tot 10), drempel 3 (plus- en minsommen tot 20), drempel 4 (plus-en minsommen tot 100) en de tafels.

### 3.3 Leeswijzer

Allereerst zullen de resultaten van het Primair Onderwijs besproken worden. Hierin wordt aandacht besteed aan zowel 'power' als 'speed'. Voor de analyses zijn de leerlingen ingedeeld naar hun uitstroomniveau naar het Voortgezet Onderwijs in groep 8. Opgemerkt moet worden dat binnen het regulier basisonderwijs het aantal leerlingen uitstromend naar Praktijk Onderwijs te gering was om in de analyses mee te kunnen nemen. Daarom zal deze groep in beeld gebracht worden vanuit de context SBO.

Vervolgens worden de resultaten van het Voortgezet Onderwijs in beeld gebracht, aan de hand van de vijf leerwegen: Praktijkonderwijs (PrO), BB-KB, KB-TL, TL-Havo, Havo-VWO.

## 4. Resultaten Primair Onderwijs

Om een longitudinaal beeld van de onderzoeksresultaten te kunnen schetsen is er gekozen om een selectie te maken van een aantal drempels (drempel 1, drempel 3, drempel 4) en deze hieronder te beschrijven. Deze drempels zijn vanaf groep 3/4 tot aan groep 8 getoetst aan de hand van een toets voor power en een toets voor speed. Ook de resultaten van de tafels worden beschreven.

Bij de beoordeling en analyse van de resultaten gaan we uit van de opbrengstverwachtingen zoals die door de PO-raad zijn geformuleerd in de publicatie 'Iedereen kan leren rekenen' ( Gelderblom, 2009). In relatie tot het drempelmodel komen we tot het volgende overzicht.

**Tabel 2: Overzicht opbrengstverwachtingen PO-raad**

<b>Drempel:</b>	<b>Advies PO-raad</b>
Drempel 1a/1b (4+3 / 7-3)	eind groep 3 : gememoriseerd
Drempel 3a/3b (8+7 /15-7)	midden groep 4 : geautomatiseerd
Drempel 4a/4b (36+40 /76-40)	eind groep 4 : vlotte beheersing
Drempel 4c/4d (38+7/ 42-7)	eind groep 4 : vlotte beheersing

Wanneer er gesproken wordt van 'gememoriseerd' gaat het om direct uit het hoofd weten. Bij 'geautomatiseerd' en 'vlotte beheersing' is er sprake van snel kunnen uitrekenen (zie ERWD, 2011, pag. 115). De PO-raad benoemt het onderscheid van power en speed niet expliciet. De doelstelling voor drempel 1 en 3 hebben naar onze interpretatie betrekking op 'speed'. Voor drempel 4 is dat minder duidelijk. Vlotte beheersing houdt het midden tussen power en speed.

De Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (2005) hanteert als criterium dat 70 tot 75 % van de leerlingen moet voldoen aan een 80% norm beheersing. De uitkomsten van de analyses zijn weergegeven in onderstaande paragrafen

## 4.1 Regulier basisonderwijs

In onderstaande figuren zijn de ontwikkelingslijnen weergegeven per (sub)drempel. In de grafiek is af te lezen hoe de rekenontwikkeling verloopt van leerlingen die uiteindelijk aan het eind van de basisschool uitstromen naar een bepaalde leerweg. Op de x-as is de groep weergegeven waarin de leerlingen zaten op het moment van toetsen (bv. m4 betekent: midden groep 4). Op de y-as is af te lezen hoeveel procent van de leerlingen voldoet aan de gestelde norm van 80% goed van de sommen. De resultaten van de powertoets en speedtoets van eenzelfde drempel worden waar mogelijk met elkaar vergeleken.

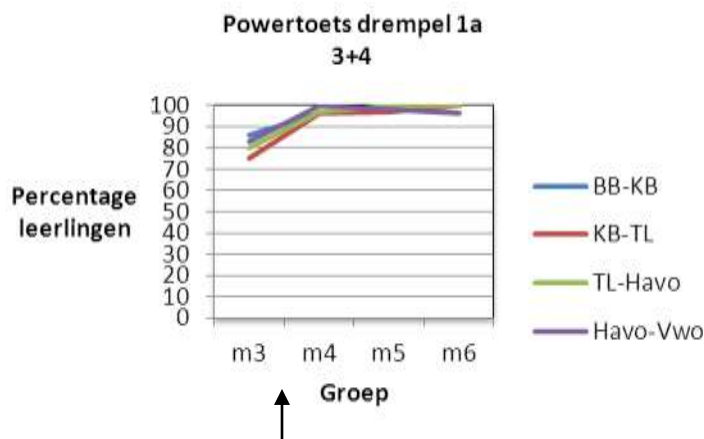
### 4.1.1 Drempel 1a

In onderstaand figuren is de ontwikkeling van drempel 1a weergegeven, van zowel de powertoets als de speedtoets. Het betreft plussommen tot 10. De PO-raad heeft gesteld dat dit type som eind groep 3 'vlot' beheerst/ gememoriseerd moeten worden. De pijl geeft aan op welk moment dit zo zou moeten zijn.

De powertoets van deze drempel is jaarlijks getoetst vanaf midden groep 3 tot en met midden groep 6. De speedtoets is halfjaarlijks getoetst vanaf midden groep 3 tot en met midden groep 6.

Zoals in figuur 1 is af te lezen voldoet het merendeel van de leerlingen reeds midden groep 3 aan de norm op de powertoets. Er is tevens sprake van een plafondeffect. Dit geldt voor alle leerwegen.

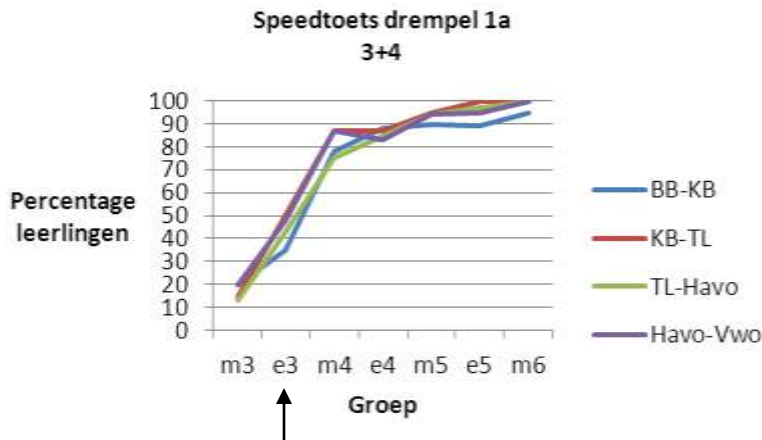
Figuur 1: Powertoets drempel 1a



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Op de speedtoets van deze drempel is een andere trend waarneembaar (zie figuur 2). Leerlingen behoren eind groep 3 aan de norm te voldoen. De grafiek laat zien dat dit voor ongeveer de helft van de leerlingen het geval is, ongeacht de leerweg. De spreiding tussen de leerwegen is erg klein en midden groep 4 voldoet 80-90% van de leerlingen aan de gestelde norm.

Figuur 2: Speedtoets drempel 1a

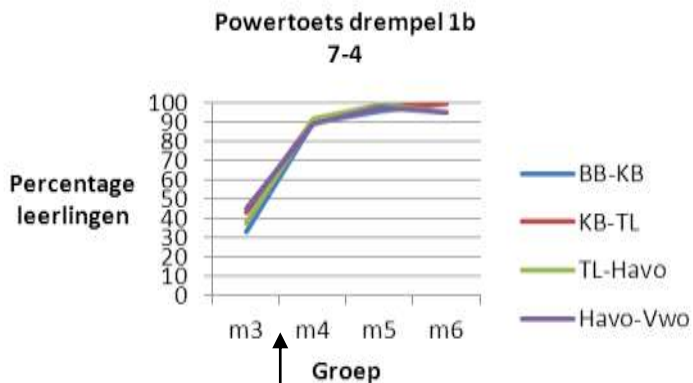


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

#### 4.1.2 Drempel 1b

In onderstaande grafieken zijn de ontwikkelingslijnen weergegeven van de power- en speedtoets van drempel 1b, minssommen tot tien.

Figuur 3: Powertoets drempel 1b

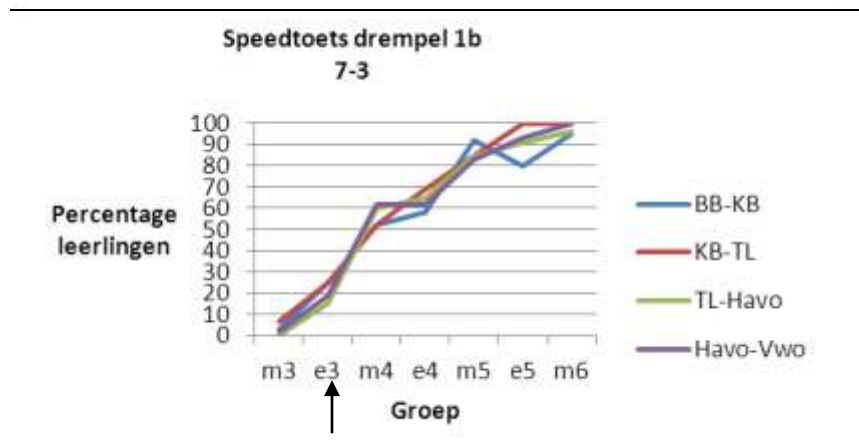


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

In figuur 3 zijn de resultaten weergegeven van de powertoets. Minder leerlingen voldoen aan de norm midden groep 3 in vergelijking met de plussommen van dit type toets. De meeste kinderen hebben meer leertijd nodig. Vanaf groep 4 treedt er een plafondeffect op. Er is wederom geen grote spreiding tussen de verschillende leerwegen

In figuur 4 zijn de ontwikkelingslijnen van de speedtoets weergegeven van de verschillende leerwegen.

Figuur 4: Speedtoets drempel 1b



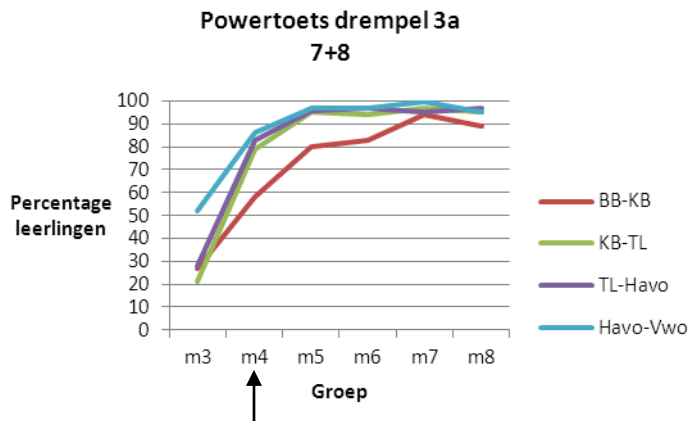
Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Hieruit kan worden opgemaakt dat eind groep 3 15-25% van de leerlingen aan de gestelde norm voldoet. Een half jaar later, midden groep 4, ligt dit tussen 50 en 60%. Midden groep 5 behaalt 80% de norm. Opvallend is dat vanaf midden groep 4 er nog een grote groep leerlingen is die extra leertijd nodig heeft om de norm te behalen. De spreiding tussen de verschillende leerwegen is niet erg groot, al is het opvallend dat meer leerlingen binnen de BB-KB leerweg midden groep 5 aan de norm voldoen, in vergelijking met de drie hogere leerwegen.

### 4.1.3 Drempel 3a

In figuur 5 en 6 zijn de ontwikkelingslijnen van drempel 3a weergegeven. De PO-raad heeft gesteld dat deze (sub)drempel ‘vlot beheerst’ moet worden in midden groep 4, zoals wordt aangeduid met de pijl. De Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (2005) hanteert als criterium dat 70 tot 75% van de leerlingen moet voldoen aan een 80% norm beheersing.

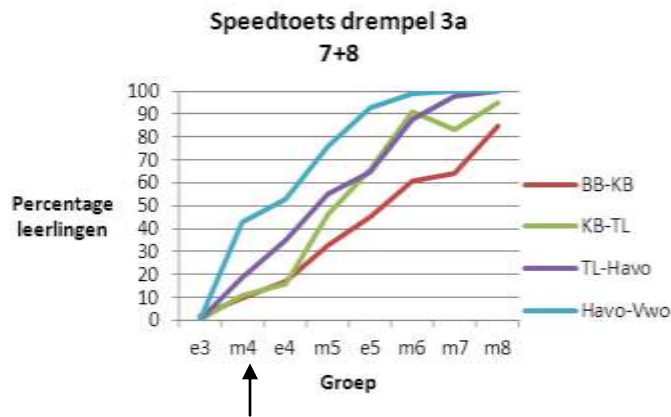
Figuur 5: Powertoets drempel 3a



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

In figuur 5 is af te lezen dat op de powertoets midden groep 4 iets minder dan 60% van de BB-KB leerlingen aan de norm voldoet. Ongeveer 80% van de leerlingen met een hoger uitstroomprofiel voldoet aan deze norm. Midden groep 8 voldoet ruim 85% van alle leerlingen aan de gestelde norm. Er is sprake van een plafondeffect in midden groep 5 voor de KB-TL leerlingen, TL-Havo leerlingen en Havo-VWO leerlingen.

Figuur 6: Speedtoets drempel 3a



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden.

Op de speedtoets midden groep 4 (figuur 6) voldoet nog geen 20% van de BB-KB en KB-TL leerlingen aan de norm, terwijl 35% van de TL-Havo en 53% van de Havo-VWO leerlingen de gestelde norm behaalt (zie figuur 6). Dit is een aanzienlijk kleinere groep in vergelijking met de powertoets

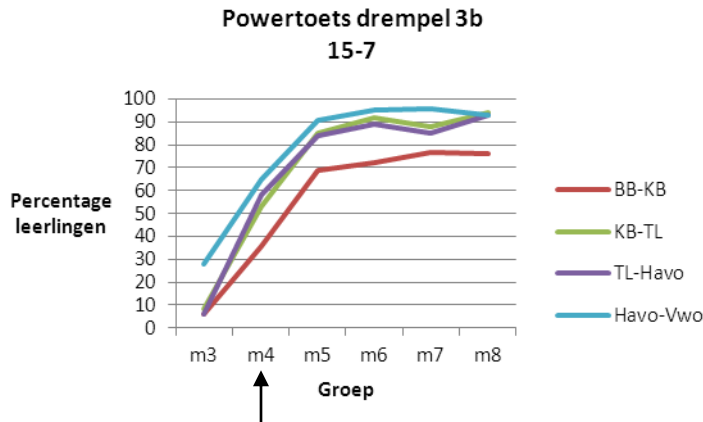
Ruim 85% procent van alle leerlingen voldoet midden groep 8 aan de norm. Er kan daarom gesproken worden van groei of ontwikkeling. Echter, de manier waarop de ontwikkeling verloopt, verschilt van de manier bij de powertoets; voor de speedtoets hebben de leerlingen van de lagere leerwegen veel meer tijd nodig (zelfs jaren) om de norm te behalen.



#### 4.1.4 Drempel 3b

In figuur 7 en 8 zijn de ontwikkelingslijnen van (sub)drempel 3b weergegeven, welke wederom midden groep 4 vlot beheerst dient te worden (Gelderblom, 2007).

Figuur 7: Powertoets drempel 3b

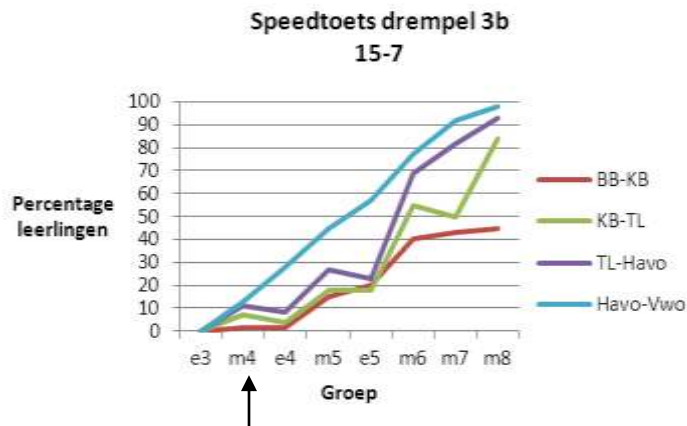


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Op de powertoets voldoet 36% van de leerlingen die uitstromen naar leerweg BB-KB aan deze norm. Dit geldt voor iets meer dan 50% van de leerlingen die uitstromen op KB-TL en TL-Havo. Van de Havo-VWO leerlingen voldoet 65% midden groep 4 aan de gestelde norm.

Wanneer er gekeken wordt naar de speedtoets (figuur 8) midden groep 4, dan zijn er aanzienlijk minder leerlingen die aan de norm voldoen: slechts iets meer dan 1% van de BB-KB leerlingen, 7% van de KB-TL leerlingen, 11% van TL-Havo leerlingen en 13% van de Havo-VWO leerlingen. Opvallend is het percentage BB-KB leerlingen dat aan de norm kan voldoen midden groep 8. Op de powertoets bedraagt dit 75% van de leerlingen, maar op de speedtoets is dit slechts 45%. Er kan gesproken worden van een zeer langzame groei en het merendeel van de leerlingen (55%) heeft moeite om dit type som accuraat én snel te maken.

Figuur 8: Speedtoetsen drempel 3b



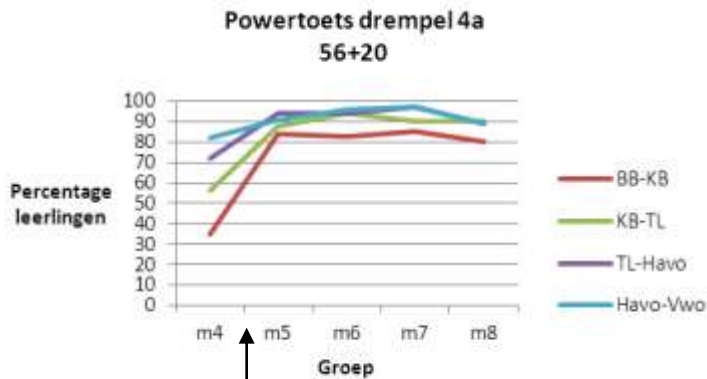
Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

De leerlingen die uitstromen naar de andere leerwegen dan de BB-KB leerweg laten meer groei zien: op de powertoets midden groep 8 voldoet meer dan 93% van de leerlingen die uitstromen naar de leerweg KB-TL, TL-Havo en Havo-VWO aan de gestelde norm. Op de speedtoets bedraagt dit 84% van de KB-TL leerlingen, 93% van de TL-Havo leerlingen en 98% van Havo-VWO leerlingen. Wederom valt het grote verschil op tussen power en speed. Bij de automatisering hebben de leerlingen veel meer tijd nodig.

#### 4.1.5 Drempel 4a

De ontwikkelingslijnen van (sub)drempel 4a zijn weergegeven in figuur 5 en 6. De PO-raad stelt dat deze drempel eind groep 4 vlot beheerst moet worden (Gelderblom, 2007). Aangezien powertoetsen niet halfjaarlijks zijn afgenomen, zijn er van dit type toets in eind groep 4 geen resultaten beschikbaar. De speedtoetsen zijn wel afgenomen eind groep 4.

Figuur 9: Powertoets drempel 4a

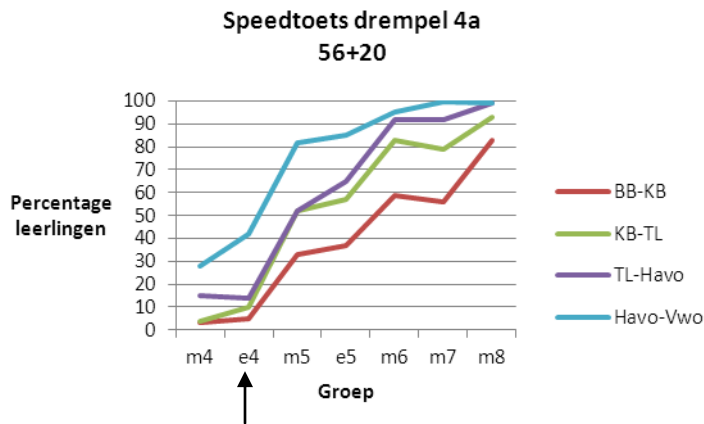


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Op de powertoetsen voldoet meer dan 84% van alle leerlingen aan de gestelde norm midden groep 5. Er is sprake van een flinke groei van het percentage leerlingen dat aan de norm voldoet, van midden groep 4 naar midden groep 5. Gedurende de toetsmomenten die volgen, is er sprake van een plafondeffect: de leerlingen kunnen bijna niet beter scoren. Midden groep 8 voldoet 80% van de BB-KB leerlingen aan de norm, 90% van de leerlingen die uitstromen naar de andere leerwegen voldoen aan de norm.

De speedtoets laat andermaal groei zien over een langere periode (zie figuur 10). Eind groep 4 ( het moment waarop dit type som beheerst moet worden) voldoet 5% van de BB-KB leerlingen aan de gestelde norm, voor KB-TL en TL-Havo leerlingen is dit respectievelijk 10% en 14%. Van de leerlingen die uitstromen naar Havo-VWO voldoet 42% aan de gestelde norm. Een half jaar later, midden groep 5 voldoet 33% van de BB-KB leerlingen, 52% KB-TL en TL-Havo leerlingen, en 82% van de leerlingen die uitstromen naar Havo-VWO aan de gestelde norm. Midden groep 8 voldoet 99% van de Havo-VWO en TL-Havo leerlingen aan de gestelde norm. 95% van de leerlingen die uitstromen naar de leerweg KB-TL haalt de norm; voor BB-KB leerlingen bedraagt dit percentage 83%.

Figuur 10: Speedtoets drempel 4a



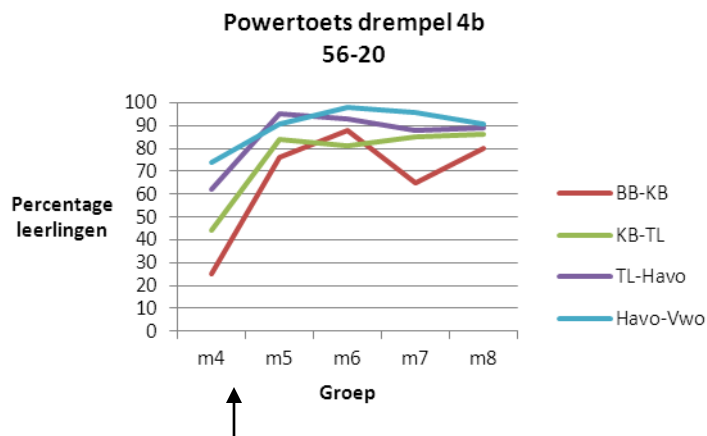
Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

#### 4.1.6 Drempel 4b

In figuur 11 en 12 zijn de ontwikkelingslijnen weergegeven van (sub)drempel 4b. Evenals drempel 4a stelt de PO-raad dat deze (sub)drempel vlot beheerst moet worden eind groep 4.

Op de powertoets midden groep 5, voldoet 76% van de BB-KB leerlingen, 84% van de KB-TL leerlingen, 95% van de TL-Havo leerlingen en 91% van de Havo-VWO leerlingen aan de gestelde norm.

Figuur 11: Powertoets drempel 4b

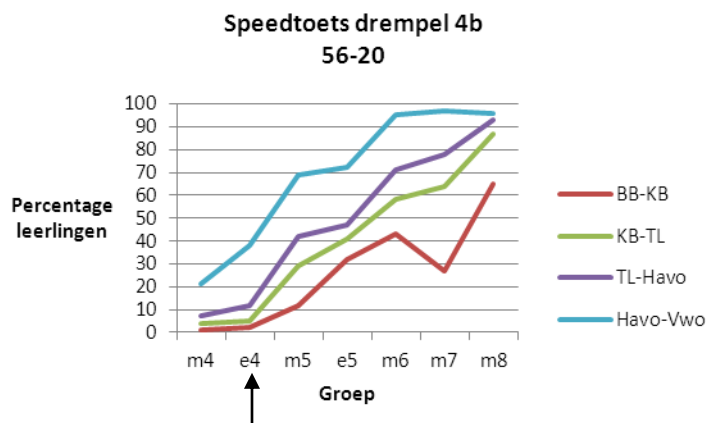


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Midden groep 8 voldoet 80 % tot 90% van alle leerlingen aan de norm, met een kleine spreiding tussen de verschillende leerwegen. Opmerkelijk is de grote daling van 20% van de leerlingen die midden groep 6 wel aan de norm voldoet, maar midden groep 7 niet meer. Dit kan verklaard worden door het feit dat het hier verschillende leerlingen betreft. Midden groep 6 zijn het leerlingen uit groep B, midden groep 7 zijn het leerlingen uit groep A. In dit geval scoort groep B (gemiddelde 5.53, spreiding 1.15) beter op deze (sub)drempel dan groep A (gemiddelde 3.72, spreiding 0.75).

Figuur 12 laat zien dat 2% van de BB-KB leerlingen en 5% van de KB-TL leerlingen aan de gestelde norm voldoet, eind groep 4. Voor de TL-Havo leerlingen is dit 12% en voor de Havo-VWO leerlingen is dit 38%. Een half jaar later, midden groep 5, haalt 12% van de BB-KB leerlingen, 29% van de KB-TL leerlingen, 42% van de TL-Havo leerlingen en 69 % van de Havo-VWO leerlingen de norm.

Figuur 12: Speedtoets drempel 4b



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

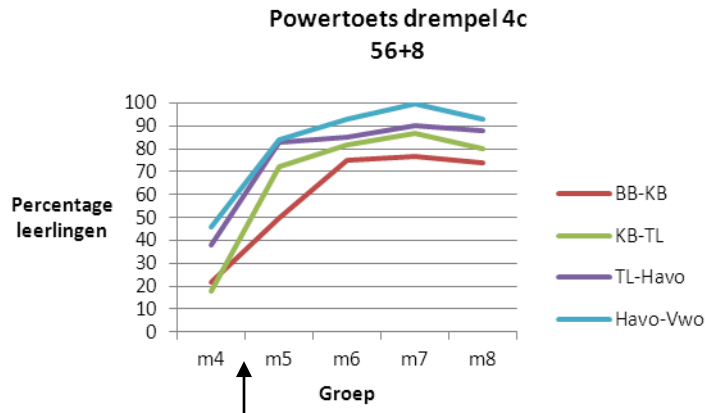
Midden groep 8 wordt op de speedtoets door de BB-KB leerlingen aanzienlijk slechter gescoord: 65% voldoet aan de norm, tegenover 80% op de powertoets.

Het verschil tussen de power en de speedtoets is bij de andere leerwegen minder groot dan bij de BB-KB leerweg. Leerlingen die uitstromen binnen de KB-TL leerweg, TL-Havo leerweg of Havo-VWO leerweg scoren iets beter op de powertoets dan op de speedtoets.

#### 4.1.7 Drempel 4c

In figuur 13 en 14 zijn de ontwikkelingslijnen van (sub)drempel 4c weergegeven. De PO-raad stelt dat deze (sub)drempel vlot beheerst moet zijn in eind groep 4. Ook nu zijn alleen de speedtoetsen afgenomen.

Figuur 13: Powertoets drempel 4c



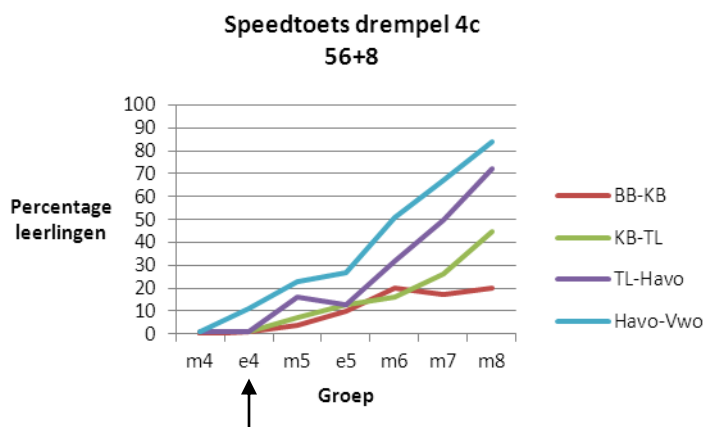
Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Op de powertoets voldoet 50% van de BB-KB leerlingen aan de norm in midden groep 5. Van de KB-TL leerlingen haalt 72% de normscore op dat moment en voor de leerlingen die uitstromen naar TL-Havo en Havo-VWO is dit 83%.

Midden groep 8 is de spreiding op de powertoets tussen de leerwegen niet heel groot, variërend van 74% van de BB-KB leerlingen tot 90% van de Havo-VWO leerlingen. Het percentage leerlingen van de andere 2 leerwegen dat de normscore behaalt, zit hier tussenin.

In figuur 14 zijn de resultaten van de speedtoets weergegeven. Eind groep 4 haalt 1% van de BB-KB leerlingen, 1% van de KB-TL leerlingen en 1% van de TL-Havo leerlingen de normscore. 11% van de Havo-VWO leerlingen voldoet hieraan. Het merendeel van de leerlingen scoort geen 80% van de sommen goed. Midden groep 5 is er sprake van een geringe groei, namelijk 4% van de BB-KB leerlingen voldoet aan de norm, 7% van de KB-TL leerlingen, 16% van de TL-Havo leerlingen en 23% van de Havo-VWO leerlingen.

Figuur 14: Speedtoets drempel 4c



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

Midden groep 8 is er sprake van een grote spreiding tussen de leerwegen. 20% van de BB-KB leerlingen voldoet aan de normscore, 45% van de KB-TL leerlingen, 72% van de TL-Havo leerlingen en 84% van de Havo-VWO leerlingen. Deze resultaten laten zien dat 80% van de BB-KB leerlingen dit type som aan het einde van de basisschool niet vlot beheerst en niet geautomatiseerd heeft. Dit geldt ook voor meer dan de helft van de KB-TL leerlingen.

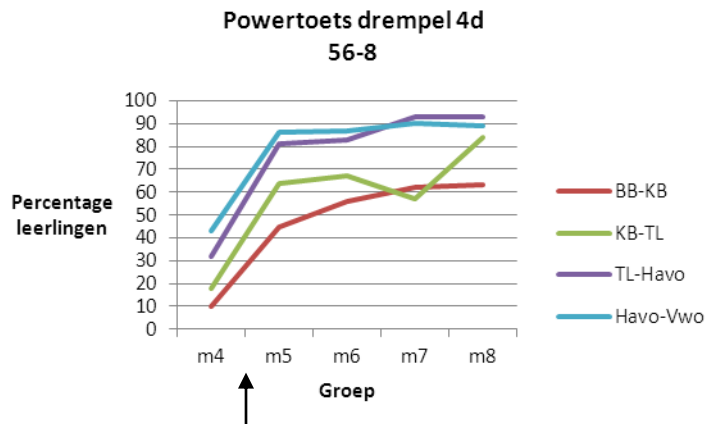
De grafieken van de powertoets en speedtoets tonen een verschillend patroon in de ontwikkeling. Bij de powertoets is sprake van een sterke groei gedurende de periode midden groep 4 tot midden groep 6. Bij de speedtoets is er tijdens diezelfde periode sprake van een gestage en minimale groei, en komt de ontwikkeling op gang na midden groep 6 voor de KB-TL, TL-Havo en Havo-VWO leerlingen. De BB-KB leerlingen laten tot aan midden groep 8 weinig groei zien.

#### 4.1.8 Drempel 4d

In figuur 15 en 16 zijn de ontwikkelingslijnen van drempel 4d weergegeven, die vlot beheerst moet worden eind groep 4.

Op de powertoets midden groep 5 voldoet 45% van de BB-KB leerlingen aan de norm, 64% van de KB-TL leerlingen, 81% van de TL-Havo en 86% van de Havo-VWO leerlingen. In figuur 15 is te zien dat op de powertoetsen het percentage leerlingen dat aan de norm voldoet, toeneemt van midden 4 naar midden 5. De jaren erna is er nog sprake van een lichte groei.

Figuur 15: Powertoets drempel 4d

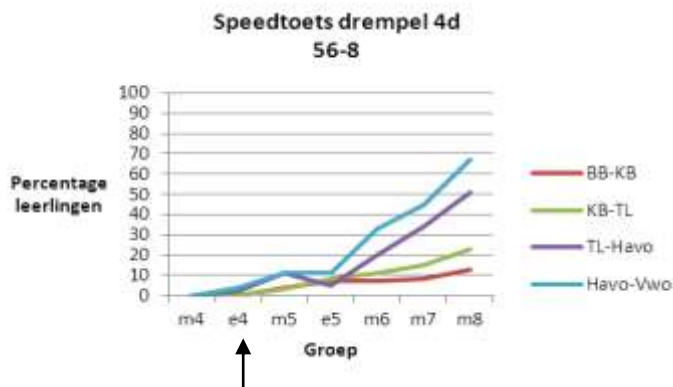


Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden

In figuur 16 is te zien dat eind groep 4 op de speedtoets geen enkele leerling op de leerweg BB-KB, KB-TL en TL-Havo de normscore haalt. Van de Havo-VWO leerlingen voldoet 4% wel aan de norm.

Midden groep 5 haalt 4% van de BB-KB en KB-TL leerlingen de normscore. Van alle TL-Havo en Havo-VWO leerlingen voldoet 11% aan de gestelde norm.

Figuur 12: Speedtoets drempel 4d



Opmerking: De pijl geeft het moment aan waarop de drempel vlot beheerst moet worden.

Tot aan eind groep 5 is er sprake van minimale groei. Voor de leerlingen die uitstromen op TL-Havo en Havo-VWO vindt vanaf dat moment een groei plaats, met als resultaat dat 45% van de TL-Havo leerlingen en 65% van de Havo-VWO leerlingen midden groep 8 de normscore haalt. Voor de leerlingen die uitstromen op BB-KB en KB-TL is er vanaf eind groep 5 ook sprake van groei, alleen deze is geringer in vergelijking met de hogere 2 leerwegen. Midden groep 8 haalt 12% van de BB-KB leerlingen en 22% van de KB-TL leerlingen de norm.



#### 4.1.9 Risico analyse

De PO-raad heeft gesteld, dat drempel 3 en 4 minimaal eind groep 4 vlot beheerst moeten worden (speed). In tabel 8 is per leerweg weergegeven hoeveel procent van de leerlingen midden groep 5 aan de gestelde norm van 80% beheersing voldoet op de speedtoets van drempel 3a, 3b, 4a, 4b, 4c en 4d.

**Tabel 8: percentage leerlingen midden groep 5 bij 80% beheersing per leerweg**

Speed	Drempel 3a (8+7)	Drempel 3b (15-7)	Drempel 4a (28+40)	Drempel 4b (78-40)	Drempel 4c (48+7)	Drempel 4d (45-7)
<b>BB-KB</b>	37%	15%	36%	12%	4%	4%
<b>KB-TL</b>	46%	19%	53%	30%	8%	4%
<b>TL-Havo</b>	57%	27%	53%	40%	16%	11%
<b>Havo-VWO</b>	67%	35%	82%	69%	23%	11%

Wanneer er gekeken wordt naar het percentage leerlingen dat aan de norm voldoet, blijkt dat er sprake is van een grote spreiding tussen de leerwegen op drempel 3a, 4a en 4b. Aanzienlijk meer leerlingen binnen de hogere leerwegen (TL-Havo en Havo-VWO) voldoen midden groep 5 aan de norm op drempel 3a, 4a en 4b dan leerlingen die uitstromen op de lagere leerwegen (BB-KB & KB-TL).

Op drempel 3b, 4c en 4d is het verschil van de mate van beheersing tussen de leerwegen kleiner. Het percentage leerlingen dat uitstroomt naar de lagere leerwegen (BB-KB en KB-TL) en midden groep 5 aan de norm voldoet op drempel 3b, 4c en 4d is weliswaar beduidend lager in vergelijking met de TL-Havo en Havo-VWO leerlingen, maar de onderlinge verschillen tussen de leerwegen zijn kleiner dan bij drempel 3a, 4a en 4b.

Aan de hand van verdere analyses is aan te geven in welke mate er in de loop der jaren gesproken mag worden van groei. Hiervoor is in beeld gebracht welke percentages leerlingen midden groep 8 aan de norm voldoen. In tabel 9 zijn de uitkomsten van deze analyses weergegeven.

**Tabel 9: Percentage leerlingen midden groep 8 80% beheersing**

	Drempel 3a (8+7)	Drempel 3b (15-7)	Drempel 4a (28+40)	Drempel 4b (78-40)	Drempel 4c (48+7)	Drempel 4d (45-7)
<b>BB-KB</b>	77%	36%	79%	61%	23%	12%
<b>KB-TL</b>	92%	80%	86%	82%	45%	22%
<b>TL-Havo</b>	100%	92%	100%	94%	66%	45%
<b>Havo-VWO</b>	100%	96%	100%	96%	72%	65%

Tabel 9 laat zien dat meer leerlingen aan de norm voldoen midden groep 8. De mate van groei is sterk afhankelijk van de leerweg en de drempel. Bij de groep 8 leerlingen is het beeld van de omvang van de spreiding omgekeerd met het beeld van groep 5. Bij de drempels 3a, 4a en 4b is vanwege een plafondeffect sprake van minder spreiding. De moeilijkste drempels (3b, 4c en 4d) laten de grootste spreiding zien.

Opmerkelijk is de geringe groei bij de BB-KB leerlingen op drempel 3b en vervolgens 4c en 4d. Bij drempel 3b neemt het aantal leerlingen toe van 15% naar 36 % na drie jaar (van midden groep 5 tot midden groep 8), bij 4d gaat de groei van 4% naar 12%. Hier kan gesproken worden van een zeer geringe groei in rekenontwikkeling. Eveneens kan er gesproken worden van een lichte groei van leerlingen binnen de KB-TL leerweg op drempel 4d. Het totale percentage leerlingen dat aan de norm voldoet midden groep 8 is 22%.

Volgens de PO-raad (2009) en de Onderwijsinspectie (2011) dienen leerlingen sommen tot 20 midden groep 4 geautomatiseerd te hebben. Dit wil zeggen dat leerlingen moeten voldoen aan een 80% beheersingsnorm. Voor sommen tot 100 moet eind groep 4 aan de norm worden voldaan. Uit bovenstaande beschrijvingen wordt duidelijk dat deze gestelde norm voor veel leerlingen niet haalbaar is. Leerlingen hebben veel meer tijd nodig om de verschillende somtypes geautomatiseerd te krijgen.

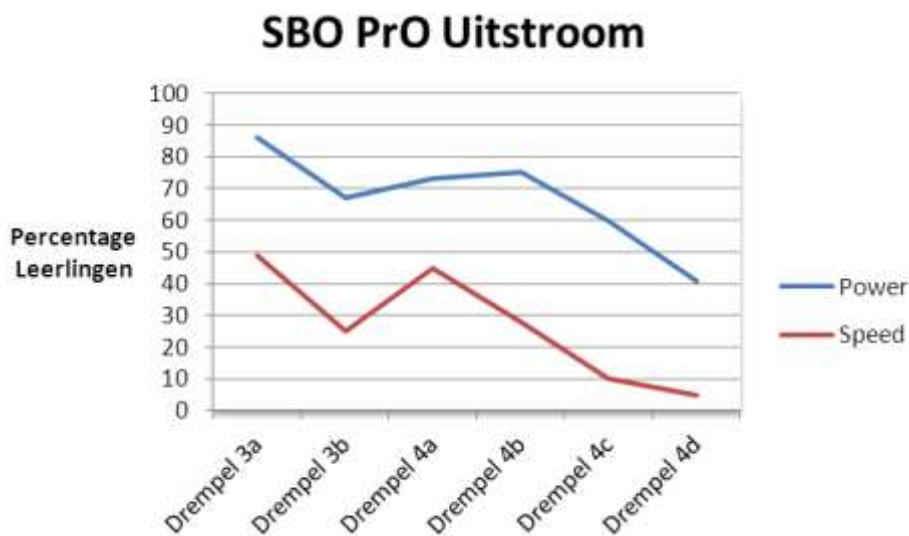
## 4.2 SBO Praktijkonderwijs uitstroom

Van de leerlingen binnen het Speciaal Basisonderwijs stroomt een groep leerlingen uit naar het Praktijkonderwijs. Het betreft de voormalige MLK groep. Er is gekeken wat het beheersingsniveau is op het moment van het verlaten van het SBO, dus bij de zogenoemde schoolverlaters. Het leerstofniveau tijdens deze periode bevindt zich globaal op een groep 5 niveau en de leerlingen zijn 12/13 jaar oud. De resultaten van drempel 3 en 4 worden hieronder besproken.

### 4.2.1 Power en speed

In onderstaand figuur zijn de resultaten van de power en speedtoetsen weergegeven. De lijnen laten zien hoeveel procent van de schoolverlaters voldoet aan een 80% beheersingsnorm op drempel 3 en 4.

Figuur 17: SBO PrO uitstroom



Het verschil in spreiding tussen beide soorten toetsen (power en speed) is duidelijk te zien. Meer leerlingen voldoen aan een 80% beheersingsnorm op de powertoets, in vergelijking met de speedtoets. Het verschil tussen plussommen (drempel 3a, 4a en 4c) in vergelijking met vergelijkbare minssommen (drempel 3b, 4b en 4d) valt op: plussommen worden door leerlingen beter beheerst in vergelijking met minssommen. Meer dan de helft van de leerlingen maakt fouten op de powertoets bij drempel 4c en 4d (sommen als  $28+7$  en  $42-7$ ).

Op de speedtoets van de hogere drempels (4c en 4d) halen slechts weinig kinderen de norm. Opvallend is dat niet meer dan 25% van de leerlingen binnen deze groep de minsommen over het tiental geautomatiseerd heeft.

Bij de laagste leerweg, BB-KB, haalt 36% van de leerlingen deze norm. We concluderen dat de BB-KB groep en de SBO-groep samen het uiteinde vormen van een continuüm.

## 5 Resultaten Voortgezet Onderwijs

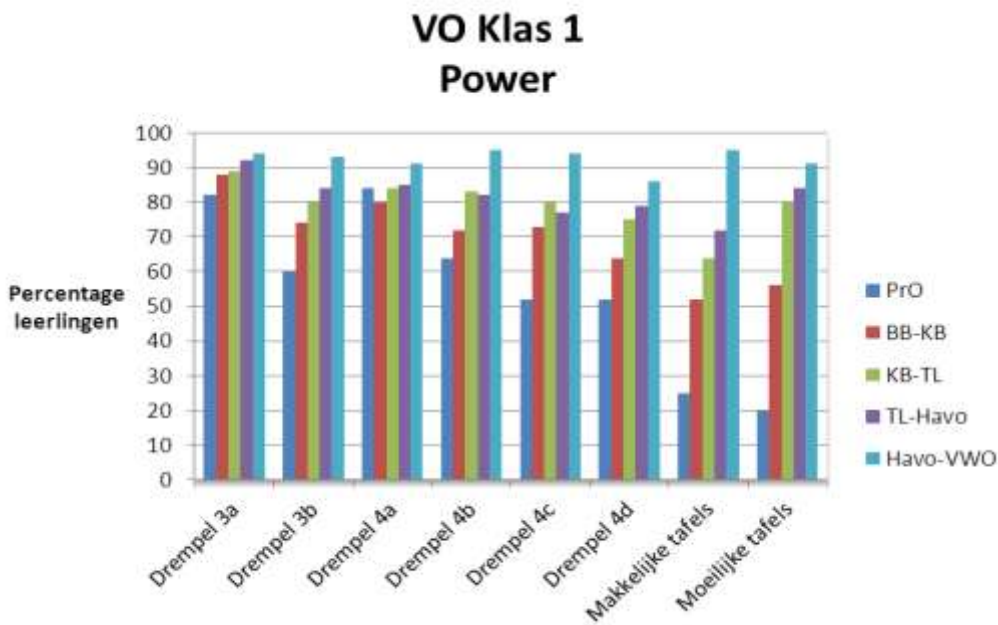
In 2010 is het onderzoek in het Voortgezet Onderwijs van start gegaan. Het betreft leerlingen die instromen in het VO. Deze leerlingen maakten geen deel uit van longitudinaal onderzoek binnen PO (BAO/SBO). De leerlingen zijn ingedeeld op basis van het niveau waarop ze onderwijs volgen. Het betreft vijf leerwegen: PrO, BB-KB, KB-TL, TL-Havo, Havo-VWO. De screenings- (power) en automatiseringstoetsen (speed) zijn ook afgenomen bij deze leerlingen.

Hieronder worden de resultaten besproken per leerweg. Aangezien er sprake is van 1 toetsmoment zijn de verschillende sub-drempels weergegeven op de x-as. In het onderzoek zijn drempel 3, 4 en de tafels afgenomen voor zowel automatisering (speed) als screening (power).

### 5.1 Screening

In figuur 18 zijn de resultaten weergegeven van de verschillende (sub-)drempels van de screeningtoets, afgenomen in de eerste klas van het Voortgezet Onderwijs. In de figuur zijn de 5 verschillende leerwegen onderscheiden, weergegeven met verschillende kleuren. Als norm wordt uitgegaan van een 80% beheersing. Op de y-as is te zien hoeveel procent van de leerlingen aan deze norm voldoet.

Figuur 18: VO Powertoets



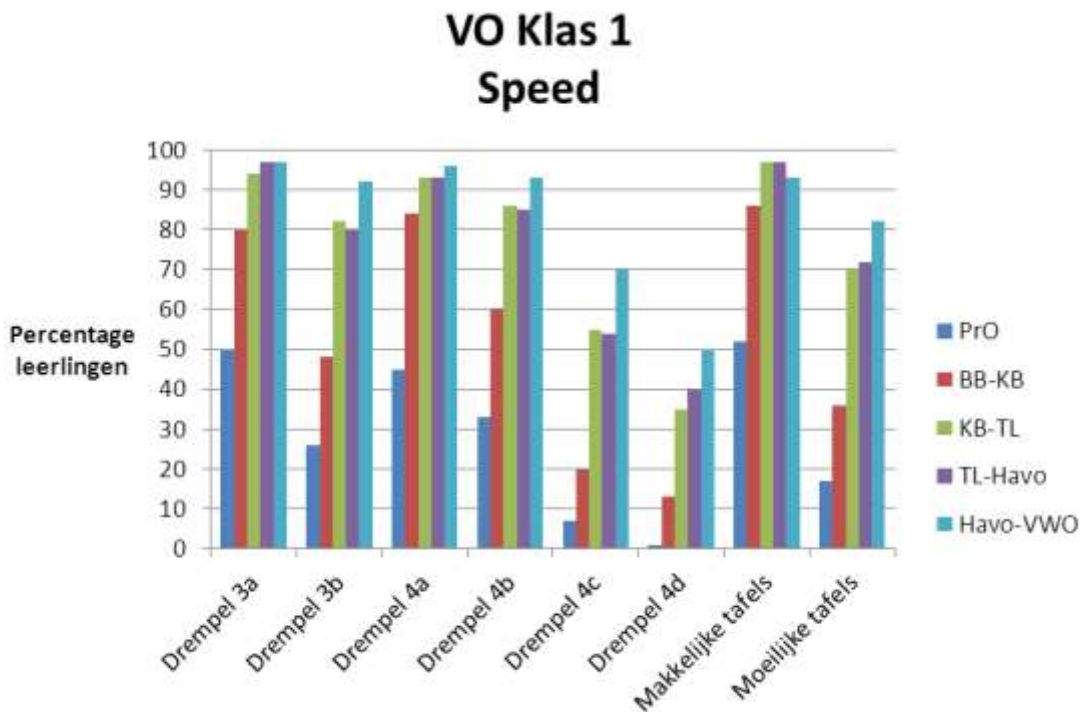
In de figuur is af te lezen dat de drempels 3a,4a en 4b door het merendeel van alle leerlingen beheerst worden.

Naarmate de hogere drempels getoetst worden (drempel 3b,4c en 4d en de tafels) treedt er meer spreiding op tussen de verschillende leerwegen. Bij BB/KB wordt drempel 3b (15-8) door 75% van de leerlingen beheerst, drempel 4c (38+5) door 70%, drempel 4d (15-8) door 60%, en de moeilijke tafels door 55%. Leerlingen binnen de leerweg PrO laten eveneens een grote spreiding tussen de drempels zien. Drempel 3b (15-8) en drempel 4b (75-40) worden door 60% van de leerlingen beheerst; drempel 4c (38+5) en drempel 4d (15-8) worden door 50% van de leerlingen beheerst. De makkelijke en moeilijke tafels wordt door ongeveer 20% van de leerlingen beheerst.

## 5.2 Automatisering

In figuur 19 is het percentage leerlingen weergegeven dat aan de 80% beheersingsnorm voldoet op de automatiseringstoets.

Figuur 19: VO Speedtoets



De spreiding tussen de verschillende leerwegen is aanzienlijk groter in vergelijking met de screeningstoets. Op drempel 3b, 4c en de moeilijke tafels voldoen minder leerlingen binnen de leerwegen PrO en BB-KB aan de gestelde norm in vergelijking met de hogere leerwegen. Voor drempel 4d geldt dat er binnen alle leerwegen aanzienlijk minder leerlingen aan de norm voldoen, vergeleken met de eerdere drempels. De makkelijke tafels worden door meer leerlingen beheerst in vergelijking met de moeilijke tafels. Op de laatstgenoemde is de spreiding tussen de leerwegen groter.

De resultaten van het voortgezet onderwijs bevestigen het beeld van de enorme verschillen bij de automatisering, zoals we die ook in het primair onderwijs aantreffen.

## 6. Samenvatting, vervolgstappen en aanbevelingen.

### 6.1 Samenvatting

#### Resultaten in het Primair Onderwijs

##### **Beoordeling van de resultaten gekoppeld aan de verwachtingen van de PO-raad.**

Hieronder schetsen we globaal het longitudinale beeld in het basisonderwijs n.a.v. de afgenomen screeningstoetsen (power) en de automatiseringstoetsen (speed) van drempel 1, 3 en 4.

Deze sommen maken deel uit van de basissommen voor het hoofdrekenen tot 100 ( zie drempelmodel pag. 13).

Naast beheersing (power) is automatisering (speed) van belang bij deze sommen, omdat deze basiskennis vlot en snel moet worden toegepast bij steeds moeilijker sommen. Bij een gebrek aan automatisering wordt het werkgeheugen bij deze sommen teveel belast, waardoor de leerling fouten gaat maken bij de moeilijker bewerkingen. Automatiseringstekorten bij deze drempels leiden tot achterstanden bij hoofdrekenen (zie Danhof e.a., 2012).

De resultaten zijn in beeld gebracht voor vier (elkaar deels overlappende) uitstroomrichtingen naar het VO:

- Basis-/Kaderberoeps (BB/KB),
- Kaderberoeps en Theoretische Leerweg (KB/TL),
- Theoretische leerweg en Havo (TL/Havo)
- Havo/VWO.

Bij de beoordeling van de scores is uitgegaan van een beheersingsnorm van 80%. De grafieken brengen steeds in beeld welk percentage kinderen van de betreffende uitstroom/leerweg deze norm haalt. Als 80% van de kinderen de norm haalt, is het resultaat voldoende. Terzijde: de PPOON gaat uit van 75%.



Bij de analyse is gebruik gemaakt van de door de PO-raad geadviseerde opbrengstverwachtingen (zie pag. 19), namelijk:

**Tabel 3:**

<b>Drempel:</b>	<b>Advies PO-raad</b>
Drempel 1a/1b (4+3 / 7-3)	eind groep 3 : gememoriseerd
Drempel 3a/3b (8+7 /15-7)	midden groep 4 : geautomatiseerd
Drempel 4a/4b (36+40 /76-40)	eind groep 4 : vlotte beheersing
Drempel 4c/4d (38+7/ 42-7)	eind groep 4 : vlotte beheersing

Bij gememoriseerd gaat het om ‘direct uit het hoofd weten’, bij geautomatiseerd en vlotte beheersing is er sprake van ‘snel kunnen uitrekenen’ (zie ERWD 2011, pag. 115). De PO-raad noemt het onderscheid van power en speed niet expliciet. De doelstelling voor drempel 1 en 3 lijken betrekking te hebben op speed. Voor drempel 4 is dat minder duidelijk: vlotte beheersing houdt het midden tussen power en speed.

De bevindingen vatten we puntsgewijs samen, eerst voor power (‘wordt de categorie beheerst’) en vervolgens voor speed (‘is de categorie gememoriseerd/geautomatiseerd’).

### **Power (screening)**

De verwachtingen van de PO-raad zijn zelfs bij de screeningstoetsen te optimistisch. Een groot deel van de leerlingen doet er te lang over om de sommen zonder fouten te maken. Dit geldt over de hele linie voor de minssommen, maar ook de plussommen met doorbreking van het tiental vragen veel meer leertijd. Het duurt bijvoorbeeld tot midden groep 6 voordat 75% van de uitstroom BB/KB drempel 4c (56+7) beheerst.

In de hogere leerjaren treedt volgens verwachting bij de meeste drempels een plafondeffect op; de meeste leerlingen maken alle opgaven van dit som-type goed. Bij de lagere leerwegen blijven echter tot groep 8 duidelijke verschillen zichtbaar, vooral bij de doorbreking van het tiental. Van de leerlingen die uitstromen naar BB/KB beheerst slechts 75 % drempel 4c (56+7) op afnamemoment midden 8. Van de leerlingen die uitstromen naar BB/KB blijft 22% van de kinderen moeite houden met drempel 3b (13-7). Bij drempel 4d haalt bijna 40% de norm niet. Ze blijven fouten maken met sommen van het type 43-7.

De verwachtingen van de PO-raad blijken dus te hoog gesteld. Alleen drempel 1a (plussommen tot 10) wordt door 80% van de kinderen beheerst op het moment dat overeenkomt met het advies van de PO-raad. Let wel: 'beheerst' betekent nog niet 'gememoriseerd', zoals de PO-raad aangeeft. Voor drempel 1b (minsommen tot 10) hebben de meeste kinderen zeker een half jaar meer tijd nodig. Deze sommen worden midden groep 4 door 80% van de kinderen correct opgelost.

We zien dit beeld in versterkte mate terug bij de sommen over het eerste tiental (drempel 3). Drempel 3a (plussommen over 10) worden door de meeste kinderen medio groep 4 correct gemaakt. Dit geldt echter niet voor de uitstroom BB/KB. Deze kinderen doen er veelal een jaar langer over, dus tot midden groep 5. Bij drempel 3b (de minsommen over 10) heeft de helft van de kinderen meer leertijd nodig. Van de leerlingen, die uitstromen naar BB/KB wordt midden groep 5 de norm door 30% nog niet gehaald. De curve van de BB/KB groep laat vanaf medio 5 weinig groei zien. Een groep kinderen blijft moeite houden met deze sommen.

De spreiding is bij drempel 4a/b (35+20 / 55-20) minder groot dan bij drempel 3. Ook hier overheerst het beeld, dat de kinderen vooral voor de minsommen meer leertijd nodig hebben. Bij drempel 4c/d (sommen met doorbreking tiental) zien we vervolgens de grote spreiding van drempel 3 in versterkte mate terug. De verschillen tussen de leerwegen komen hier het duidelijkst in beeld. Bij de minsommen zijn de verschillen blijvend groot. Van de KB/TL groep haalt 80% van de kinderen de norm pas in de bovenbouw. De BB/KB groep blijft rond 60% hangen. Van deze groep haalt zo'n 40% de norm niet bij drempel 4d. Ze blijven meerdere fouten maken bij sommen als 35+7 en 42-7.

Al met al kunnen we concluderen dat de minsommen en sommen met doorbreking van het tiental vooral meer leertijd vragen. In de hogere leerjaren treedt er volgens verwachting bij de meeste drempels een plafondeffect op. De meeste leerlingen maken uiteindelijk alle opgaven van dit som-type goed. Bij de lagere leerwegen blijven echter tot in groep 8 - met name bij 'de minsommen met doorbreking tiental' - duidelijke verschillen zichtbaar.

Bij het bovenstaande is het tempoaspect niet meegewogen. In het navolgende gebeurt dit wel.

### **Speed (snelheid/automatisering)**

De resultaten laten globaal hetzelfde patroon zien als bij screening. Ook hier nemen de minsommen en de sommen met doorbreking tiental meer leertijd. De verschillen zijn echter vele malen groter.

Het automatiseren verloopt - vooral bij de lagere leerwegen - veel langzamer dan wordt aangenomen. De verschillen tussen de leerwegen zijn gradueel en geven de posities op een continuüm aan. De kinderen die uit het SBO uitstromen naar het Praktijkonderwijs vormen het uiteinde van dit continuüm.

Drempel 3, vooral drempel 3b (minsommen over 10), markeert een breuklijn. Vanaf deze drempel blijven de initiële verschillen bestaan en halen niet alle leerlingen meer de norm.

Gezien de lage resultaten bij drempel 4 kunnen we concluderen dat de 80% norm bij deze sommen - vooral bij 4c/4d - te hoog gesteld is. Nadere analyses zijn nodig om een meer reële norm voor speed te formuleren.

Per drempel ontstaat het volgende beeld:

#### **Drempel 1** (sommen tot 10)

Volgens de PO-raad moeten deze sommen eind groep 3 gememoriseerd zijn.

##### **Drempel 1a** (plussommen tot 10):

- eind groep 3 haalt 50% van de kinderen deze norm
- medio groep 4 haalt 80/90% de norm
- vanaf medio 4 is er sprake van een plafondeffect
- er is geen sprake van duidelijke verschillen tussen de leerwegen
- overigens: medio groep 3 haalt 15/20% de norm al en beheerst dit type al voordat methode dit verwacht

##### **Drempel 1b** (minsommen tot 10):

- eind groep 3 haalt slechts 15/20% van de kinderen deze norm
- medio groep 4 is dat 50/60%, medio groep 5 beheerst meer dan 80/90% de norm

- opvallend is dat vanaf medio groep 4 een grote groep kinderen extra leertijd nodig heeft om de norm te halen
- vanaf medio groep 5 is er sprake van een plafondeffect en halen de meeste kinderen de norm
- bij deze drempel is er geen duidelijk verschil tussen leerwegen

### **Drempel 3** (sommen over het eerste tiental)

Volgens de PO-raad dienen deze sommen medio groep 4 geautomatiseerd te zijn.

#### **Drempel 3a** (plussommen over 10)

- de volgende spreiding is te zien in medio groep 4: Havo/VWO 45%; BB/KB ca. 10%
- het tijdstip waarop 80% van de kinderen de norm haalt, is bij Havo/VWO medio groep 5, bij Havo/TL/KB medio groep 6, en bij KB/BB medio groep 8
- van de leerlingen die van het SBO uitstromen naar het Praktijkonderwijs (SBO-PrO) haalt 50% de normscore

#### **Drempel 3b** (minsommen over 10)

- de spreiding is groter in medio groep 4: Havo/VWO 13%, TL/Havo 11% , KB/TL 7% , BB/KB 1%
- het tijdstip waarop 80% van de kinderen de norm haalt is: Havo/VWO medio groep 6, TL/Havo medio groep 7, KB/TL medio groep 8
- bij de BB/KB groep haalt medio groep 8 nog niet de helft (45%) de norm
- bij de SBO-PrO groep haalt 25% de norm
- er is bij deze drempel geen sprake van een plafondeffect bij de lagere leerwegen en niet alle leerlingen halen de norm

We kunnen stellen dat vanaf drempel 3 de verschillen tussen de leerwegen duidelijk en blijvend zijn.

### **Drempel 4** (sommen met tientallen (36+40,76-40) en over het eerste tiental (35+7, 42-7))

De PO-raad verwacht eind groep 4 een vlotte beheersing

#### **Drempel 4a en 4b** (36+40,76-40)

- de spreiding zoals beschreven bij drempel 3 laat zich hier opnieuw zien
- wel zijn de minsommen van drempel 4a (76-40) eerder geautomatiseerd dan de minsommen van drempel 3b (15-8)

**Drempel 4c en d (35+7, 42-7)**

- bij deze 'doorbreking tental' sommen komt het beeld van drempel 3 versterkt terug
- bij de plussommen haalt 80% van de Havo/VWO groep de norm in groep 8, bij de TL /Havo 70%, bij de lagere leerwegen 50% en 20%, bij de SBO-PrO groep 10%
- bij de minsommen is het beeld in groep 8: Havo/VWO 70%, TL/Havo 50%, KB/TL 20% en BB/KB 10%, SBO-PrO 5%

## Resultaten in het Voortgezet Onderwijs

De screenings- (power) en automatiseringstoetsen (speed) zijn ook afgenomen bij leerlingen die instromen in VO. Deze leerlingen maakten geen deel uit van het longitudinaal onderzoek binnen PO (BAO/SBO). Het onderzoek betreft leerlingen in de leerwegen: Praktijkonderwijs(PrO), Basis- en Kaderberoeps (BB/KB), Kader- en Theoretisch (KB/TL), Theoretisch en Havo (TL/Havo), en Havo/VWO.

In het verlengde van de samenvatting van het onderzoek in PO worden in het navolgende de resultaten van drempel 3 en 4 besproken, alsook de resultaten van de (eenvoudige en moeilijke) tafels. De PO-raad geeft aan, dat de tafels eind groep 5 geautomatiseerd dienen te zijn.

### Screening in VO

In VO treedt dezelfde trend op als in PO: de minsommen met doorbreking tiental laten bij de lagere leerwegen de grootste verschillen zien.

Bij de moeilijke tafels wordt de norm in BB/KB gehaald door 55% en in het Praktijkonderwijs door 20% .

Bij de resultaten van de screening zijn de leerwegen goed te onderscheiden. Bij Havo/VWO beheerst meer dan 90% van de leerlingen de norm bij alle drempels. Bij TL/Havo en KB/TL ligt de beheersing rond de 80%. Bij BB/KB is er meer spreiding: drempel 3a (8+5) 90%, drempel 3b (15-8) 75%, drempel 4c (38+5) 70%, drempel 4d (15-8) 60%, en de moeilijke tafels 55%. Bij Praktijkonderwijs: drempel 3a (8+5) 80%, drempel 3b (15-8) 60%, drempel 4a (35+40) 80%, drempel 4b (75-40) 60%, drempel 4c (38+5) 50%, drempel 4d (15-8) 50%, en de makkelijke en moeilijke tafels 20%.

### Automatisering

De resultaten bevestigen het beeld van de enorme verschillen bij de automatisering, zoals die ook in het P.O. optreden.

Ook hier is de breuklijn opvallend van drempel 3 (sommen over tien), en dan vooral bij drempel 3b (15-8), met name bij de lagere leerwegen; bij 3a (8+5) haalt van BB/KB 80% en van PrO 50% de norm. Bij 3b (15-8) is dat respectievelijk 50% en 30%.

De spreiding bij moeilijke tafels is groot: Havo/VWO 80%, TL/Havo en KB/TL 70%, BB/KB 35%, en PrO 18%.

De resultaten van de leerwegen vertonen in sterke mate een gelijk profiel. Bij de drempels 3 en 4 is dit profiel gelijk aan het PO. De hoogste scores zien we bij drempel 3a, 4a/b, lage scores bij drempel 3b (15-8) , en zeer lage scores bij drempel 4c/d (38+5 / 45-8). Er is bovendien sprake van grote spreiding bij de automatisering van de moeilijke tafels: Havo/VWO 80%, TL/Havo en KB/TL 70%, BB/KB 35%, PrO 18%.

De drie hogere leerwegen vallen vooral uit bij drempel 4c/d (38+5 / 45-8): slechts 40 tot 60% van de leerlingen haalt de (te hoog gestelde) norm. Er is sprake van grote verschillen tussen de drie hogere leerwegen en de twee lagere. Bij de lagere leerwegen (vooral PrO) zien we bij de drempel 3a/b, 4c/d en de moeilijke tafels lage resultaten.

De resultaten van het voortgezet onderwijs bevestigen de enorme verschillen bij de automatisering, zoals die ook in het primair onderwijs bestaan. De resultaten van de PrO leerlingen vormen het uiteinde van een continuüm, maar illustreren door de grootte van de achterstanden en automatiseringstekorten ook de beperkingen en speciale behoeften van deze groep.

## 6.2 Vervolgstappen

### Vervolgonderzoek en publicaties P.O.

Om te zien of de resultaten van de scholen in Friesland ook landelijk representatief zijn, zijn door de universiteiten van Utrecht (onder leiding van prof. dr. Van Luit) en Gent (onder leiding van prof. dr. Desoete) inmiddels belangrijke delen van het onderzoek herhaald. De betrokken universiteiten zullen gezamenlijk de resultaten (voor P.O.) nader analyseren en presenteren.

### De eerste analyses en publicaties voor V.O.

De eerste verkennende analyses naar de samenhang tussen automatiseringstekorten en rekenachterstanden in V.O. zijn inmiddels uitgevoerd en gepubliceerd (zie Danhof et al., Remediaal 2012). De resultaten van de automatisering van de tafels blijken sterk samen te hangen - met correlaties variërend rond .70 - met de onderliggende typen sommen van drempel 4 c/d (38+5 / 45-8). Opvallend is dat ook de minder nabij gelegen sommen van drempel 3 'over het eerste tiental' (8+5 / 15-8) deze hoge samenhang met de tafels laat zien. Deze basale drempel blijkt een krachtige voorspeller te zijn t.a.v. het automatiseren van de moeilijke tafels.

De samenhang van de tafels met vermenigvuldigen en delen liggen eveneens rond de .70. De samenhang van de tafels met breuken (.56) en procenten (.45) is duidelijk lager, maar is nog altijd betekenisvol.

Al met al kunnen we concluderen dat het cumulatieve karakter van rekenen door de gepresenteerde onderzoeksresultaten sterk wordt ondersteund. De bevindingen wijzen op de geldigheid en bruikbaarheid van het drempelmodel.

Nadere analyses m.b.t. het model, de voorspellende waarde van de drempels en de normering van de toetsen liggen in het verschiet.

### Gevolgen voor de handelingsgerichte diagnostiek

Voor de handelingsgerichte diagnostiek betekent bovenstaande dat zowel een systematische screening van de vaardigheid per somtype (gericht op het kennen van de procedure) als een gedegen toetsing van de geautomatiseerde voorkennis (per drempel) deel uit dienen te maken van het diagnostisch onderzoek, zodat voor een leerling met achterstanden een vaardigheidsprofiel kan worden opgesteld. Op basis van dit profiel is te bepalen bij welke typen sommen nadere observatie van de procedures gewenst is. Het is dan vervolgens van belang om de samenhang tussen tekorten in voorkennis in de analyse te betrekken.

Het zorgvuldig volgen van de ontwikkeling van de automatisering is niet alleen curatief van belang, maar maakt door vroegtijdige signalering ook preventie mogelijk. Door de rekenprofielen van de zwakke



rekenaars eerder en duidelijker in beeld te brengen, kunnen tijdig goed onderbouwde keuzes worden gemaakt. Voor leerlingen met hardnekkige achterstanden kan het vaardigheids- en automatiseringsprofiel een belangrijke bijdrage leveren om het leer-/ontwikkelingsperspectief te bepalen en om de keuze voor een haalbare rekenroute en eventuele noodzakelijke compensaties te verantwoorden. Op deze wijze kan de diagnostiek een bijdrage leveren aan de onderbouwing van de door het SLO uitgewerkte leerroutes (zie ‘Passende perspectieven’; Boswinkel 2012). In volgende publicaties zal een schets worden gegeven van de diagnostische middelen die vanuit dit onderzoeksproject zijn ontwikkeld en van het diagnostisch model dat daarbij leidend is. Voor het verantwoord onderbouwen van leerdoel differentiaties vormen duidelijke leerprofielen een noodzakelijke inhoudelijke schakel in het diagnostisch proces. Het beleid van de rijksoverheid met Opbrengstgericht werken, Passend onderwijs en Handelingsgerichte diagnostiek vraagt nadrukkelijk om een uitwerking in deze richting.

### **6.3 Aanbevelingen**

#### **Aanbevelingen voor de didactiek in P.O.**

De analyses van de ‘Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen’ (2008 ) laten zien dat ongeveer 20% van de kinderen op het eind van de basisschool het fundamentele niveau niet haalt. Volgens de expertgroep moet er naar gestreefd worden de helft van deze groep ‘op te krikken’ tot het basale niveau 1F. Voor de resterende 10% dient een afzonderlijk leertraject te worden ontwikkeld. De analyses van het onderzoeksproject tonen aan dat rekenachterstanden bij leren hoofdrekenen voor een belangrijk deel samenhangen met automatiseringstekorten. Hoewel het automatiseren in de huidige rekenmethoden al meer aandacht krijgt dan voorheen, is vast te stellen dat nog geen enkele methode rekening houdt met de grootte van de verschillen die zijn aangetroffen. De zwakste groepen hebben veel meer leertijd nodig !

Voor de minsommen, de sommen met doorbreking van het tiental en de moeilijke tafels, vragen over lange tijd frequente en gerichte oefening. Zolang methoden dit belang onderschatten, zullen scholen hierin zelf actief beleid moeten maken. Voor een goede signalering ligt een gedegen uitwerking van de toets-kalender voor de hand. Het inspectierapport ‘Automatiseren bij rekenen-wiskunde’ roept scholen hiertoe terecht nadrukkelijk op.

De eerder geformuleerde aanbevelingen bij handelingsgerichte diagnostiek zijn bij de uitwerking van het rekenbeleid - preventief, curatief en zo nodig met compensaties voor hoofdrekenen - van belang. Als procedures bij hoofdrekenen voor kinderen met grote blijvende automatiseringstekorten te hoog gegrepen zijn, dan ligt het eerder aanbieden van schriftelijke rekenprocedures voor de hand.

### **Aanbevelingen voor de didactiek in V.O.**

De hierboven geschetste aanbevelingen gelden evenzeer voor het voortgezet onderwijs. Hoewel rekenen (weer) op het rooster staat, zijn de mogelijkheden in tijd veel beperkter dan in P.O. Een gerichte aanpak is noodzakelijk voor de leerlingen die (nog) niet het streefniveau 1F halen. Het in beeld brengen van de leerlingen met screenings- en automatiseringstoetsen verschaft de basis voor een planmatige aanpak op groeps- en individueel niveau. Voor de leerlingen die alsnog aansluiting op het 1F niveau kunnen krijgen, vormen het oefenen en leren toepassen van de moeilijke tafels een belangrijk aandachtspunt. Als de procedures bij het hoofdrekenen te hoog gegrepen zijn voor leerlingen met grote automatiseringstekorten, dan ligt in het V.O. - nog sterker dan in P.O. - het aanbieden van alternatieve schriftelijke procedures voor de hand. De eerder bepleite werkwijze bij handelingsgerichte diagnostiek is in het V.O. ook van belang bij de keus voor de rekenroute gericht op streefniveau 1F ( SLO route 2) of voor een meer vereenvoudigd leertraject (SLO route 3). Een hiertoe opgebouwd individueel rekenprofiel brengt de structurele tekorten bij het hoofdrekenen in beeld en vormt een gedegen basis voor deze keuze.

## 7. Literatuur

Boswinkel, N., Buijs, K., Noteboom, A., & Van Os, S. (2012a). *Passende Perspectieven - rekenen. Wegwijzer*. Enschede: SLO

Boswinkel, N., Buijs, K., & Van Os, S. (2012b). *Passende Perspectieven - rekenen. Doelenlijsten*. Enschede: SLO

Danhof, W. (1993). Automatiseren = leren onthouden. Aanpak van een rekenprobleem. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 32, 492–509.

Danhof, W., & Bandstra, P. (2011). Analyseschema leerroutes onder 1F. *Interne publicatie CEDIN*. Drachten: CEDIN.

Danhof, W., Bandstra, P., Milo, B., Mushati-Hamadani, E., Minnaert, A.E.M.G., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2008). Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen. Naar criteria voor differentiatie en/of planning. *Panamapost* 27(2), 24–28

Danhof, W., Bandstra, P., Faber, S., Minnaert, A., & Ruijsenaars, W. (2012). Leerbaarheid van hoofdrekenen, rekenachterstanden en automatiseringstekorten. *Remediaal*, 12 (5-6), 10-13.

Desoete, A., Ghesquière, P., de Smedt, B., Andries, C., van den Broeck, W., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (2010). Dyscalculie: Standpunt van onderzoekers in Vlaanderen en Nederland. *Logopedie*, 23 (4), 4-9.

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2007). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen* (Deelrapport rekenen). Enschede: SLO.

Fijma, N., & Vink, H. (1999). *Op jou kan ik rekenen; een ontwikkelingsgerichte didactiek voor rekenen en wiskunde in groep 3 en 4*. Assen: Gorcum.

Gelderblom, G., Kaskens, J., & Rij, Z. van (2008). *Doorlopende leerlijn Rekenen- Wiskunde. Risicoleerlingen en interventies*. Amersfoort: CPS.

Groenestijn, M. van, Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, Buys, K., & Treffers, A. (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.

Inspectie van het Onderwijs (2011). *Automatiseren bij rekenen-wiskunde*. Een onderzoek naar het automatiseren van basisbewerkingen rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

Meijerink, H. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.

Noteboom, A. (2009). *Fundamentele doelen Rekenen-wiskunde. Uitwerking van het Fundamenteel niveau 1F voor einde basisonderwijs, versie 1.2*. Enschede: Nationaal Expertisecentrum Leerplanontwikkeling (SLO).

Ruijsenaars, A.J.J.M. , Van Luit, J.E.H., & Van Lieshout, E.C.D.M., (2006). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.